Attomat

16.04.2020

Vzorové riešenia

Kategórie 5, 6, Príma

Slovenská verzia

Úloha 01. Za hrsť dukátov

Klenotník bol nakupovať na trhu. Za tri zlaté tehličky zaplatil šesťdesiat dukátov. Za jednu zlatú a dve strieborné tehličky zaplatil tridsať dukátov. Za jednu striebornú tehličku zaplatil tri dukáty a dve medené tehličky. Potom si klenotník kúpil jednu zlatú, jednu striebornú a jednu medenú tehličku. Koľko dukátov zaplatil za tieto tri tehličky?

Výsledok: 26
Riešenie: Tri zlaté tehličky stoja 60 dukátov. Jedna zlatá tehlička tak stojí 60:3=20 dukátov. Zlatá tehlička a dve strieborné stoja 30 dukátov, a tak stoja dve strieborné tehličky 30-20=10 dukátov. Jedna strieborná tehlička má preto cenu 10:2=5 dukátov. Strieborná tehlička má hodnotu troch dukátov a dvoch medených tehličiek. Dve medené tehličky tak majú hodnotu 5-3=2 dukáty, čiže jedna má hodnotu 2:2=1 dukát. Klenotník preto zaplatí za jednu zlatú, jednu striebornú a jednu medenú tehličku spolu 20+5+1=26 dukátov.

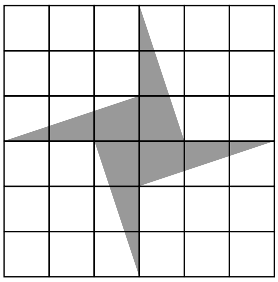
Úloha 02. Stretnutie podľa kalendára

V miestnosti sa stretlo niekoľko ľudí. Vtom niekto pravdivo poznamenal: „Žiadni dvaja z nás sa nenarodili v tom istom mesiaci“. Najviac koľko ľudí mohlo byť v tejto miestnosti?

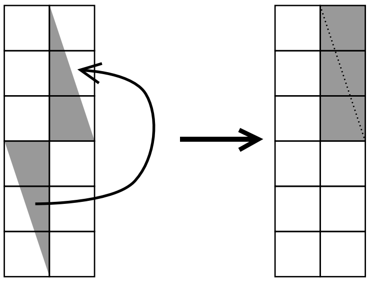
Výsledok: 12
Riešenie: Aby mohol danú vetu niekto povedať, musí byť každý mesiac narodenia zastúpený najviac jedným človekom. Zjavne vieme zabezpečiť, aby bol každý mesiac zastúpený presne jedným človekom. Keďže mesiacov je 12, tak v miestnosti môže byť najviac 12 ľudí.

Úloha 03. Farebná vrtuľka

Laura si nakreslila do štvorčekovej siete vrtuľku, ktorú vidíš na obrázku. Na zafarbenie jedného štvorčeka tejto štvorčekovej siete by minula 20 gramov farby. Koľko gramov farby minula na zafarbenie celej vrtuľky?



Výsledok: 120
Riešenie: Všimnime si, že vrtuľka je tvorená štyrmi rovnakými trojuholníkmi. Dva takéto trojuholníky dokopy zaberajú tri štvorčeky štvorčekovej siete.



Štyri trojuholníky tak zaberajú 6 štvorčekov štvorčekovej siete. Keďže na zafarbenie jedného treba 20 gramov farby, treba na zafarbenie celej vrtuľky použiť 6·20=120 gramov farby.

Úloha 04. Pestrá úloha

Augustín si vymyslel nový typ čísel - pestré čísla. Pestré číslo je násobkom sedmičky, má všetky cifry rôzne a súčet jeho cifier je párny. Ktoré z týchto čísel je pestré?

a) 25046 *b) 13279* *c) 8637* *d) 4585*

Výsledok: b) 13279
Riešenie: Prejdime jednotlivé možnosti:
a) toto číslo nemá párny súčet cifier -> nemôže byť pestré
b) toto číslo je násobkom sedmičky (13279=7·1897), má všetky cifry rôzne a súčet jeho cifier je párny (22) -> toto číslo je pestré
c) toto číslo nie je násobkom sedmičky (najbližšie násobky sú 8638=7·1234 a 8631=7·1233) -> nemôže byť pestré
d) toto číslo nemá všetky cifry rôzne (má dvakrát cifru 5) -> nemôže byť pestré
Jediné pestré číslo z ponúkaných možností je b) 13279.

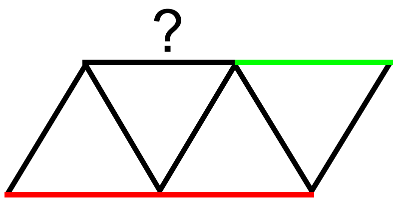
Úloha 05. Kamionista - matematik

Šofér kamiónu sa pozrel, koľko najazdil kilometrov. Zistil, že ich najazdil 219912. Všimol si, že toto číslo je palindróm, teda je rovnaké, keď ho prečíta spredu aj keď ho prečíta odzadu. Koľko kilometrov musí prejsť, aby znova dostal palindróm?

Výsledok: 110
Riešenie: Jediný šesťciferný palindróm, ktorý začína ciframi 219 je palindróm 219912. Preto určite nedostaneme nejaký väčší palindróm skôr, ako zmeníme prvé trojčíslie. Najbližšie väčšie prvé trojčíslie je 220, ktorým začína iba šesťciferný palindróm 220022. Aby kamionista dostal tento palindróm, musí prejsť ešte 220022-219912=110 kilometrov.

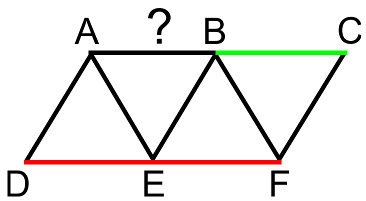
Úloha 06. RGB trojuholníky

Matúš prefarbuje úsečky na obrázku tak, aby v každom trojuholníku bola jedna strana červená, jedna zelená a jedna modrá. Tri úsečky už prefarbil. Ktorú farbu môže mať úsečka označená otáznikom?

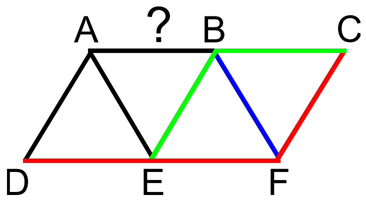


a) červenú *b) zelenú* *c) modrú* *d) nedá sa určiť*

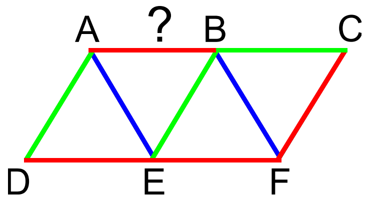
Výsledok: a) červenú
Riešenie: Označme si vrcholy trojuholníkov tak ako na tomto obrázku:



Pozrime sa na úsečku BF. Tá je súčasťou dvoch trojuholníkov - BCF a BEF. Keďže je súčasťou trojuholníka BCF, ktorý má stranu BC zelenú, tak úsečka BF nemôže byť zelená. Taktiež nemôže byť ani červená, pretože trojuholník BEF má stranu EF červenú. Úsečka BF tak musí byť modrá. Ľahko teraz doplníme, že úsečka CF musí byť červená a úsečka BE zelená. Dostaneme tak situáciu ako na tomto obrázku:



Teraz sa zamerajme na úsečku AE, ktorá je súčasťou trojuholníkov ABE a ADE. Keďže trojuholník ABE má stranu BE zelenú, tak AE nemôže byť zelená. Súčasne nemôže byť ani červená, pretože trojuholník ADE má stranu DE červenú. Preto musí byť úsečka AE modrá. Opäť ľahko dostaneme, že úsečka AD je zelená a úsečka AB červená. Tým dostávame situáciu ako na tomto obrázku:



Úsečka označená otáznikom tak musí byť a) červená.

Úloha 07. Smutný kráľ

V kráľovstve sa platí mincami s hodnotami 3 a 7. Kráľ bol ale smutný, že nie všetky sumy sa dali zaplatiť presne a bez vydávania. Aká je najväčšia suma, ktorá sa nedá zaplatiť presne?

Výsledok: 11
Riešenie: Keď začneme skúšať, aké sumy sa nám podarí zaplatiť, zistíme, že tieto sumy zaplatiť vieme: 3, 6, 7, 9, 10, 12, 13, 14,... Od tohto momentu sa zdá, že všetky vyššie sumy už budeme vedieť zaplatiť. A naozaj to tak je - každú vyššiu sumu ako 14 totiž vieme zaplatiť tak, že zaplatíme niektorú zo súm 12, 13 a 14 a následne pridáme nejaký počet mincí s hodnotou 3. Vyzerá to tak, že najvyššia suma, ktorá sa nedá presne zaplatiť, bude 11. Iba z mincí s hodnotou 3 ju vyskladať nevieme. Ak použijeme jednu mincu s hodnotou 7, vieme po pridaní mincí s hodnotou 3 zaplatiť sumy 10 a 13, ale nie 11. Ak však použijeme aspoň dve mince s hodnotou 7, naša suma bude určite aspoň 14, teda ani takto nevieme zaplatiť sumu 11. Najvyššia suma, ktorá sa nedá presne zaplatiť, je preto 11.

Úloha 08. Číslo nazvyš

Katka si napísala na papier dvojciferné číslo. Keď ho vydelila číslom 9, dostala nejaký podiel a zvyšok 1. Keď ho vydelila číslom 10, tiež dostala nejaký podiel, ale tentoraz zvyšok 3. Aké číslo si Katka napísala na papier?

Výsledok: 73
Riešenie: Katkino číslo dáva zvyšok 3 po vydelení desiatimi. To znamená, že keď od neho odčítame 3, tak dostaneme nejaký násobok desiatky. Každý násobok desiatky končí cifrou 0. Preto keď pričítame naspäť 3, dostaneme, že Katkino číslo končí cifrou 3. Zároveň ale máme, že Katkino číslo dáva zvyšok 1 po delení deviatimi. Teda keď od neho odčítame 1, dostaneme násobok deviatky. Po odčítaní 1 dostaneme dvojciferné číslo, ktoré má na mieste jednotiek cifru 3-1=2. Hľadáme preto dvojciferný násobok deviatky, ktorý má na mieste jednotiek cifru 2. Dvojciferné násobky deviatky sú 18, 27, 36, 45, 54, 63, 72, 81, 90, 99. Z nich má na mieste jednotiek cifru 2 iba číslo 72. Katkino číslo dostaneme, ak k tomuto číslu naspäť pričítame 1. Katka si tak na papier napísala číslo 72+1=73.

Úloha 09. Výpredaj koláčov

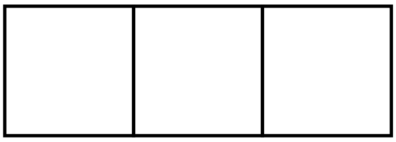
V obchode predávajú koláče. Prvý zákazník kúpil polovicu všetkých koláčov a ešte jeden koláč, druhý kúpil polovicu zvyšku a ešte jeden koláč, tretí polovicu zvyšku po druhom a ešte jeden koláč a takto to pokračovalo ďalej. Siedmy zákazník si kúpil polovicu zvyšku po šiestom a ešte jeden koláč. Po ňom už v obchode nezostali žiadne koláče. Koľko koláčov bolo v obchode na začiatku?

<u>Výsledok:</u> 254
<u>Riešenie:</u> Postupujme od konca. Na konci bolo v obchode 0 koláčov.
Pred siedmym zákazníkom ich muselo byť (0+1)·2=2.
Pred šiestym zákazníkom ich muselo byť (2+1)·2=6.
Pred piatym zákazníkom ich muselo byť (6+1)·2=14.
Pred štvrtým zákazníkom ich muselo byť (14+1)·2=30.
Pred tretím zákazníkom ich muselo byť (30+1)·2=62.
Pred druhým zákazníkom ich muselo byť (62+1)·2=126.
Pred prvým zákazníkom ich muselo byť (126+1)·2=254.
Na začiatku tak bolo v obchode 254 koláčov.

Úloha 10. Torta pre priateľov

Kika upiekla tortu tvaru obdĺžnika. Rozrezala ju na tri rovnaké štvorcové kúsky. Každý z týchto kúskov mal obvod 36 cm. Aký bol obvod celej torty?

<u>Výsledok:</u> 72 cm
<u>Riešenie:</u> Torta rozrezaná na kúsky vyzerá tak, ako na tomto obrázku:



Keďže každý zo štvorcových kúskov má obvod 36 cm, má každá jeho strana dĺžku 36:4=9 cm. Na obvode celej torty sa nachádza spolu 8 strán týchto štvorcových kúskov. Celá torta tak má obvod 8·9=72 cm.

Úloha 11. Sladké mámenie

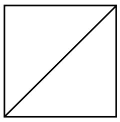
V cukrárni predávajú rezy, veterníky a trubičky. Jakub si chce kúpiť 6 zákuskov. Chce z každého druhu aspoň jeden zákusok, ale chce najviac dva veterníky. Koľkými spôsobmi môže Jakub nakúpiť zákusky?

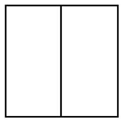
<u>Výsledok:</u> 7
<u>Riešenie:</u> Jakub chce z každého druhu zákusku aspoň jeden. Preto začnime tým, že mu z každého zákusku dáme po jednom. Tieto zákusky si kúpi totiž aj tak. Zostane mu ešte kúpiť 3 zákusky, z ktorých má byť najviac jeden veterník. Rozoberme teda dva prípady podľa toho, či si Jakub kúpil veterník alebo nie.
Ak si kúpil veterník, tak si má kúpiť ešte dva zákusky spomedzi rezov a trubičiek. To môže spraviť tromi spôsobmi - 2 rezy a 0 trubičiek, 1 rez a 1 trubička, 0 rezov a 2 trubičky.
Ak si nekúpil veterník, tak si má kúpiť ešte tri zákusky. To môže spraviť štyrmi spôsobmi - 3 rezy a 0 trubičiek, 2 rezy a 1 trubička, 1 rez a 2 trubičky, 0 rezov a 3 trubičky.
Spolu tak má Jakub 3+4=7 spôsobov, ako môže nakúpiť zákusky.

Úloha 12. Sedmoraký štvorec

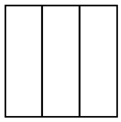
Lukáš si nakreslil štvorec. Teraz dumá, či je možné ho rozdeliť na presne 7 častí, ktoré budú rovnaké svojím tvarom a veľkosťou. Je možné štvorec takto rozdeliť?

Výsledok: áno
Riešenie: Rozmýšľajme, ako by sme rozdelili štvorec na dve rovnaké časti. Najjednoduchšie spôsoby, aké nám môžu napadnúť sú rozdeliť ho po uhlopriečke alebo po čiare spájajúcej protiľahlé stredy strán.

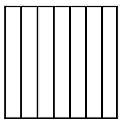




Vyzerá, že na dve časti to ide. Čo takto rozdeliť ho na tri rovnaké časti? Keď skúsime napodobniť druhý zo spôsobov rozdelenia na dve časti, dostaneme, že to ide rozdelením na tri takéto "slíže":



Toto vieme zopakovať aj pri rozdeľovaní na 7 rovnakých častí, ba dokonca na koľkokoľvek častí budeme chcieť. Tým dostávame, že štvorec sa naozaj dá rozdeliť na 7 rovnakých častí a to takto:



Úloha 13. Basketbal

Erik hral basketbal a počítal si body. V basketbale sa dajú hodiť koše za 2 alebo 3 body. Erik hodil 42 košov. Koľko rôznych počtov bodov mohol získať?

Výsledok: 43
Riešenie: Ak by Erik hodil všetky koše za 2 body, získal by spolu $2 \cdot 42 = 84$ bodov. Zakaždým, keď by sme zmenili nejaký dvojbodový kôš za trojbodový, dostali by sme o jedna väčší počet bodov. Preto ak budeme postupne meniť počty hodených košov za 3 body z 0 na 42, dostaneme zakaždým väčší počet bodov. Takže všetky počty bodov, ktoré takto dostaneme, budú navzájom rôzne. Každý počet hodených trojbodových košov tak znamená jeden rôzny počet bodov, ktorý mohol Erik získať. Zároveň tým dostávame všetky situácie, ktoré mohli nastať. Rôznych počtov trojbodových košov, ktoré mohol Erik trafiť, je 43 (0 až 42). Takže aj rôznych počtov Erikových bodov je 43.

Úloha 14. Kto je špión?

Štyria chlapci hrajú hru. Jeden ide za dvere a zvyšní traja sa dohodnú, kto bude špión. Špión klame a zvyšní hovoria pravdu. Potom sa ten za dverami vráti a môže sa ich pýtať, kto je špión. Chlapci mu takto odpovedali:
Adam: „Braňo je špión.“
Braňo: „Cyril je isto špión.“
Cyril: „Adam určite nie je špión.“
Kto je špión?

a) Adam *b) Braňo* *c) Cyril* *d) nedá sa zistiť*

Výsledok: b) Braňo

Riešenie: Zamyslime sa, čo znamená, ak niekto o niekom povie, že je špión. Ak to hovorí špión, tak to hovorí o niekom, kto nie je špión. Ak to hovorí niekto, kto nie je špión, tak to hovorí o špiónovi. V oboch prípadoch to znamená, že nie sú na rovnakých stranách. Teraz sa pozrime, čo znamená, ak sa povie, že niekto nie je špión. Ak to povie špión, tak to povie o špiónovi. Ak to povie niekto, kto nie je špión, tak to povie o niekom, kto nie je špión. V oboch prípadoch to znamená, že sú na rovnakých stranách. Z tohto a z výrokov chlapcov vyplýva, že buď sú špióni Adam s Cyrilom, alebo je špiónom Braňo. Keďže je ale len jeden z nich špión, tak to musí byť b) Braňo.

Úloha 15. Janko v škole nesedel...

Janko dostal z matematiky 10 známok. Vypočítal si, že má priemer známok presne 2. Koľko najviac jednotiek mohol dostať?
Poznámka: V Jankovej škole známkujú známkami 1, 2, 3, 4 a 5.

Výsledok: 7

Riešenie: Pripomeňme si, ako vypočítame priemer známok. Sčítame všetky známky a vydelíme ich počtom všetkých známok. Z toho vyplýva, že súčet všetkých Jankových známok je $10 \cdot 2=20$. Keby dostal Janko 8 jednotiek, tak aj ak by dostal dve päťky, tak by mal súčet známok najviac $8+2 \cdot 5=18$. Preto určite nedostal viac ako 7 jednotiek. Zistime, či mohol Janko dostať 7 jednotiek. To sa stať mohlo, pretože dostať súčet známok $20-7=13$ na zvyšné tri známky vieme. Dokonca to vieme dvomi spôsobmi - trojicou známok 4, 4, 5 a trojicou známok 3, 5, 5. Janko teda mohol dostať najviac 7 jednotiek.

Úloha 16. Zopár čiar

Patrik si nakreslil obdĺžnik ABCD, v ktorom platilo $|AB| = 48$ cm a $|BC| = 30$ cm. Na strane CD zvolil body E a F tak, že úsečky CF, DE a AD mali rovnakú dĺžku. Aká bola dĺžka úsečky EF?

Výsledok: 12 cm

Riešenie: V obdĺžniku ABCD platí $|AD|=|BC|$. Máme preto rovnosť $|CF|=|DE|=|AD|=|BC|=30$ cm. Navyše ale platí $|CD|=|CE|+|DE|$, pretože E je bod na strane CD. Odtiaľ dostávame $|CE|=|CD|-|DE|=48-30=18$ cm. Podobnou úvahou máme pre bod F, že $|DF|=18$ cm. Z týchto dĺžok je zrejmé, že body E a F ležia na úsečke CD v poradí C, E, F, D. Preto musí platiť $|CD|=|CE|+|EF|+|DF|$. Odtiaľ už ľahko vyjadríme $|EF|=|CD|-|CE|-|DF|=48-18-18=12$ cm.

Úloha 17. Farbenie kociek

Dano mal 27 rovnakých kociek. Chcel ich zlepiť do jedného telesa tvoreného všetkými 27 kockami. Zlepil ich tak, aby sa každé 2 dotýkajúce sa kocky dotýkali celou stenou. Teleso, ktoré dostal, ponoril do farby. Najviac koľko stien kociek sa mohlo zafarbiť?

Výsledok: 110

Riešenie: Aby malo výsledné teleso čo najväčší počet zafarbených stien jednotlivých kociek, musíme čo najmenej stien kociek použiť ako steny, ktorými sú kocky zlepené dohromady. Vždy, keď lepíme nejaké dva kúsky k sebe, použijeme dve steny kociek na zlepenie. Miest, kde musíme takto zlepovať, je určite aspoň 26. Spolu tak na zlepenie musíme použiť aspoň $2 \cdot 26=52$ stien. Použiť iba 52 stien vieme tým, že poukladáme všetky kocky na seba, čím vytvoríme akýsi stĺp. Všetky kocky mali spolu $6 \cdot 27=162$ stien. Takže zlepený útvar má na svojom povrchu najviac $162-52=110$ stien. Preto sa zafarbí najviac 110 stien.

Úloha 18. Časový prekryv

Ľudka sa doma nudila, a tak pozorovala ručičkové hodiny. Zaujalo ju, že hodinová ručička sa práve prekrývala s tou minútovou. Preto jej napadla otázka: Koľkokrát za deň nastane situácia, že sa obe ručičky prekrývajú?
Poznámka: Deň trvá od 00:00:00 do 23:59:59.

Výsledok: 22
Riešenie: Ručičky hodiniek sa prekrývajú presne o polnoci. Za 24 hodín sa stihne minútová ručička otočiť 24-krát, kým hodinová iba 2-krát. Minútová ručička tak musí 24-2=22-krát dobehnúť hodinovú, pričom posledné dobehnutie nastane až v nasledujúci deň. Takže v danom dni stihne minútová ručička dobehnúť hodinovú 21-krát. V týchto momentoch sa teda prekrývajú. Keď k tomu pridáme prvé prekrytie o polnoci, dostaneme, že sa obe ručičky prekrývajú 22-krát za deň.

Úloha 19. Delenie pošty

Poštár Pat má doručiť listy na ulici, na ktorej je 50 domov. Na severnej strane ulice sú domy s nepárnymi číslami 1, 3, 5 a tak ďalej až po 49. Oproti každému z týchto domov sa vždy nachádza dom, ktorého číslo je dvojnásobkom čísla domu, oproti ktorému stojí. Na južnej strane ulice sú tak domy s číslami 2, 6, 10 a tak ďalej až po 98. Pre každý z domov má Pat toľko listov, koľko má dané číslo deliteľov. Koľko listov má Pat doručiť na tejto ulici?

Výsledok: 204
Riešenie: Pozrime sa najprv na čísla domov na severnej strane. Ku každému z čísel si vypíšme, koľko má deliteľov:

1 -> 1	11 -> 2	21 -> 4	31 -> 2	41 -> 2
3 -> 2	13 -> 2	23 -> 2	33 -> 4	43 -> 2
5 -> 2	15 -> 4.	25 -> 3	35 -> 4	45 -> 6
7 -> 2	17 -> 2	27 -> 4	37 -> 2	47 -> 2
9 -> 3	19 -> 2	29 -> 2	39 -> 4	49 -> 3

Spolu tak majú 68 deliteľov. Teraz sa pozrime na južnú stranu, kde majú domy čísla, ktoré sú dvojnásobkami tých na severnej strane. Všimnime si, aký je vzťah medzi počtom deliteľov nepárneho čísla a počtom deliteľov jeho dvojnásobku. Dvojnásobok tohto čísla má za delitele všetky delitele nepárneho čísla. Navyše má medzi deliteľmi aj dvojnásobky deliteľov nepárneho čísla. Tie sú dokonca všetky rôzne od deliteľov nepárneho čísla, pretože sú párne a nepárne číslo malo iba nepárne delitele. Dvojnásobok daného nepárneho čísla tak má dvakrát viac deliteľov ako nepárne číslo - tie isté ako nepárne číslo a ich dvojnásobky. Čísla domov na južnej strane preto majú spolu 2·68=136 deliteľov. Spolu majú všetky čísla domov 68+136=204 deliteľov, čiže Pat má doručiť 204 listov.

Úloha 20. Diamantová liga

Na šprintérskych pretekoch je 25 šprintérov. Každý šprintér zabehne šprint vždy za rovnaký čas, ale žiadni dvaja šprintéri ho nezabehnú za ten istý čas. Chceme im spravodlivo rozdať medaily za prvé tri miesta. Máme k dispozícii iba jednu bežeckú dráhu pre 5 šprintérov. Čas merať nevieme. Koľko najmenej pretekov musíme usporiadať, aby sme s istotou vedeli, kto z nich je najrýchlejší, kto druhý najrýchlejší a kto tretí najrýchlejší?

Výsledok: 7
Riešenie: Najskôr ukážeme, že stačí 7 pretekov. Najskôr rozdeľme šprintérov na päť pätíc a každú pätícu nechajme odbehnúť jeden pretek - spolu 5 pretekov. V každom z pretekov dostaneme nejaké poradie. Do ďalšieho preteku nasaďme víťaza z každého z týchto piatich pretekov. Opäť dostaneme nejaké poradie - označme si poradie týchto šprintérov ABCDE, kde A je najrýchlejší a E je najpomalší. A je isto najrýchlejší šprintér zo všetkých. Pozrime sa, kto má ešte šancu byť medzi tromi najlepšími:

► Z pätice, ktorá na začiatku bežala s A, to sú tí, ktorí vtedy skončili na najhoršie treťom mieste (prví traja sú totiž isto lepší).
► Z pätice, ktorá na začiatku bežala s B, to sú tí, ktorí vtedy skončili na najhoršie druhom mieste (prví dvaja a A sú určite lepší).
► Z pätice, ktorá na začiatku bežala s C, to je iba C (A, B, C sú totiž lepší).
► Zo zvyšných pätíc to nie je nikto (A, B, C sú lepší).

Zostalo nám tak šesť šprintérov a o jednom z nich (A) vieme, že je najrýchlejší zo všetkých. Stačí nám tak spraviť pretek medzi zvyšnými piatimi a prví dvaja z neho budú určite druhý a tretí najrýchlejší. Takže naozaj stačilo 7 pretekov.

Ďalej ukážeme, že na 6 pretekov to nejde. Na to, aby sme o šprintérovi vedeli aspoň niečo povedať, musí sa zúčastniť aspoň jedného preteku. Okrem takýchto 25 "povinných účastí" nám zostane už iba 5 "nepovinných účastí", keď je v preteku niekto, kto už pretekal. Ukážeme, že týchto 5 "nepovinných účastí" musíme využiť na to, aby sme našli najrýchlejšieho.
Nazvime "výborným" šprintéra, o ktorom ešte nemáme informáciu, že by bol od niekoho pomalší. Každý pretek spôsobí to, že niekto bude v tom momente "výborný", a preto musíme mať v každom momente (po prvom preteku) stav, že je niekto "výborný". Ak by sme po šiestich pretekoch mali aspoň dvoch "výborných", nevedeli by sme určiť, kto je víťaz. Takže na konci potrebujeme mať iba jedného "výborného".
Rozmyslime si, ako vieme znižovať počet "výborných". Vždy na spotrebovanie jedného titulu "výborný" potrebujeme použiť jednu "nepovinnú účasť", pretože potrebujeme nasadiť "výborného" do nejakého preteku. Ak vyhrá, udrží si to, že je "výborný". Ak nie, stratí ho v prospech niekoho, kto ho porazil. Prípadne môže byť tento, kto ho porazil, už niekým porazený, ale to, že nezíska titul "výborný", je spôsobené tým, že sme aj na ňom minuli nejakú "nepovinnú účasť".
Takže musíme použiť všetkých 5 "nepovinných účastí" na to, aby bol na konci iba jeden "výborný". Takže použijeme všetkých 6 pretekov na to, aby sme vedeli povedať, kto je víťaz. Ešte stále by sme ale mohli byť schopní poskladať preteky tak, aby sme vedeli určiť, kto skončil druhý a kto tretí.
Aby sme toho neboli schopní, mohli by existovať dvaja šprintéri, ktorých porazil iba víťaz a sú navzájom neporovnateľní. Vezmime si situáciu, že víťazom by sa stal "výborný" z prvého preteku. Pozrime sa na druhého z tohto preteku. Ak by išiel do nejakého ďalšieho preteku z tohto preteku iba "výborný", tak by sme dostali dvoch neporovnateľných, ktorých porazil iba víťaz. Niekto teda do nejakého preteku ešte ísť musí.
Ak by išiel ktokoľvek do nejakého preteku, tak sa pokojne môže stať, že skončí posledný. Tým pádom sa síce dozvieme nejakú informáciu, ale spotrebujeme jednu "nepovinnú účasť". A to spôsobí, že už nebudeme schopní s istotou určiť víťaza.
To znamená, že hoci vieme určiť víťaza na 6 pretekov, nevieme už určiť, kto by mal byť druhý a kto tretí. Preto 6 pretekov nestačí.

Tým sme ukázali, že 6 pretekov nestačí, ale 7 už hej. Takže treba usporiadať aspoň 7 pretekov.