Attomat

16.04.2020

Vzorové riešenia

Kategórie 7, 8, 9, Sekunda, Tercia, Kvarta, Open

Slovenská verzia

Úloha 01. Za hrsť dukátov

Klenotník bol nakupovať na trhu. Za tri zlaté tehličky zaplatil šesťdesiat dukátov. Za jednu zlatú a dve strieborné tehličky zaplatil tridsať dukátov. Za jednu striebornú tehličku zaplatil tri dukáty a dve medené tehličky. Potom si klenotník kúpil jednu zlatú, jednu striebornú a jednu medenú tehličku. Koľko dukátov zaplatil za tieto tri tehličky?

Výsledok: 26
Riešenie: Tri zlaté tehličky stoja 60 dukátov. Jedna zlatá tehlička tak stojí 60:3=20 dukátov. Zlatá tehlička a dve strieborné stoja 30 dukátov, a tak stoja dve strieborné tehličky 30-20=10 dukátov. Jedna strieborná tehlička má preto cenu 10:2=5 dukátov. Strieborná tehlička má hodnotu troch dukátov a dvoch medených tehličiek. Dve medené tehličky tak majú hodnotu 5-3=2 dukáty, čiže jedna má hodnotu 2:2=1 dukát. Klenotník preto zaplatí za jednu zlatú, jednu striebornú a jednu medenú tehličku spolu 20+5+1=26 dukátov.

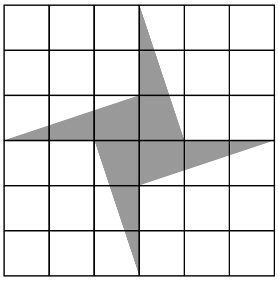
Úloha 02. Stretnutie podľa kalendára

V miestnosti sa stretlo niekoľko ľudí. Vtom niekto pravdivo poznamenal: „Žiadni dvaja z nás sa nenarodili v tom istom mesiaci“. Najviac koľko ľudí mohlo byť v tejto miestnosti?

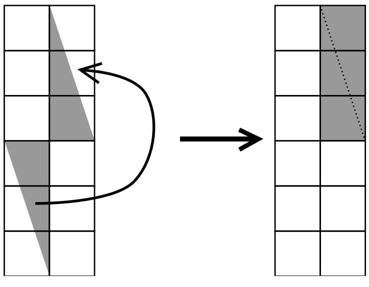
Výsledok: 12
Riešenie: Aby mohol danú vetu niekto povedať, musí byť každý mesiac narodenia zastúpený najviac jedným človekom. Zjavne vieme zabezpečiť, aby bol každý mesiac zastúpený presne jedným človekom. Keďže mesiacov je 12, tak v miestnosti môže byť najviac 12 ľudí.

Úloha 03. Farebná vrtuľka

Laura si nakreslila do štvorčekovej siete vrtuľku, ktorú vidíš na obrázku. Na zafarbenie jedného štvorčeka tejto štvorčekovej siete by minula 20 gramov farby. Koľko gramov farby minula na zafarbenie celej vrtuľky?



Výsledok: 120
Riešenie: Všimnime si, že vrtuľka je tvorená štyrmi rovnakými trojuholníkmi. Dva takéto trojuholníky dokopy zaberajú tri štvorčeky štvorčekovej siete.



Štyri trojuholníky tak zaberajú 6 štvorčekov štvorčekovej siete. Keďže na zafarbenie jedného treba 20 gramov farby, treba na zafarbenie celej vrtuľky použiť 6·20=120 gramov farby.

Úloha 04. Pestrá úloha

Augustín si vymyslel nový typ čísel - pestré čísla. Pestré číslo je násobkom sedmičky, má všetky cifry rôzne a súčet jeho cifier je párny. Ktoré z týchto čísel je pestré?

a) 25046 *b) 13279* *c) 8637* *d) 4585*

Výsledok: b) 13279
Riešenie: Prejdime jednotlivé možnosti:
a) 25046 - toto číslo nemá párny súčet cifier -> nemôže byť pestré
b) 13279 - toto číslo je násobkom sedmičky (13279=7·1897), má všetky cifry rôzne a súčet jeho cifier je párny (22) -> toto číslo je pestré
c) 8637 - toto číslo nie je násobkom sedmičky (najbližšie násobky sú 8638=7·1234 a 8631=7·1233) -> nemôže byť pestré
d) 4585 - toto číslo nemá všetky cifry rôzne (má dvakrát cifru 5) -> nemôže byť pestré
Jediné pestré číslo z ponúkaných možností je b) 13279.

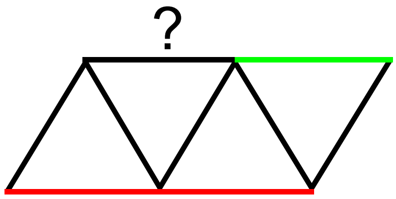
Úloha 05. Kaminonista - matematik

Šofér kamiónu sa pozrel, koľko najazdil kilometrov. Zistil, že ich najazdil 219912. Všimol si, že toto číslo je palindróm, teda je rovnaké, keď ho prečíta spredu aj keď ho prečíta odzadu. Koľko kilometrov musí prejsť, aby znova dostal palindróm?

Výsledok: 110
Riešenie: Jediný šesťciferný palindróm, ktorý začína ciframi 219 je palindróm 219912. Preto určite nedostaneme nejaký väčší palindróm skôr, ako zmeníme prvé trojčíslie. Najbližšie väčšie prvé trojčíslie je 220, ktorým začína iba šesťciferný palindróm 220022. Aby kamionista dostal tento palindróm, musí prejsť ešte 220022-219912=110 kilometrov.

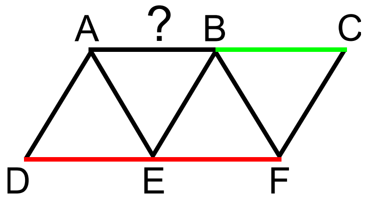
Úloha 06. RGB trojuholníky

Matúš prefarbuje úsečky na obrázku tak, aby v každom trojuholníku bola jedna strana červená, jedna zelená a jedna modrá. Tri úsečky už prefarbil. Ktorú farbu môže mať úsečka označená otáznikom?

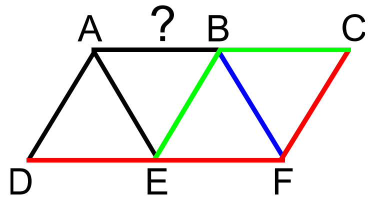


a) červenú *b) zelenú* *c) modrú* *d) nedá sa určiť*

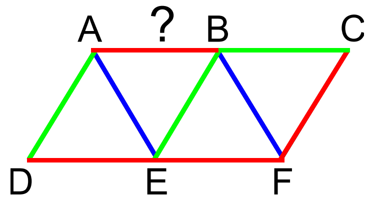
Výsledok: a) červenú
Riešenie: Označme si vrcholy trojuholníkov tak ako na tomto obrázku:



Pozrime sa na úsečku BF. Tá je súčasťou dvoch trojuholníkov - BCF a BEF. Keďže je súčasťou trojuholníka BCF, ktorý má stranu BC zelenú, tak úsečka BF nemôže byť zelená. Taktiež nemôže byť ani červená, pretože trojuholník BEF má stranu EF červenú. Úsečka BF tak musí byť modrá. Ľahko teraz doplníme, že úsečka CF musí byť červená a úsečka BE zelená. Dostaneme tak situáciu ako na tomto obrázku:



Teraz sa zamerajme na úsečku AE, ktorá je súčasťou trojuholníkov ABE a ADE. Keďže trojuholník ABE má stranu BE zelenú, tak AE nemôže byť zelená. Súčasne nemôže byť ani červená, pretože trojuholník ADE má stranu DE červenú. Preto musí byť úsečka AE modrá. Opäť ľahko dostaneme, že úsečka AD je zelená a úsečka AB červená. Tým dostávame situáciu ako na tomto obrázku:



Úsečka označená otáznikom tak musí byť a) červená.

Úloha 07. Číslo nazvyš

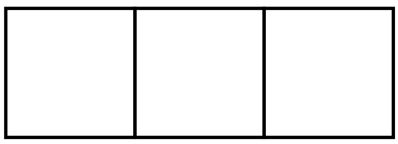
Katka si napísala na papier dvojciferné číslo. Keď ho vydelila číslom 9, dostala nejaký podiel a zvyšok 1. Keď ho vydelila číslom 10, tiež dostala nejaký podiel, ale tentoraz zvyšok 3. Aké číslo si Katka napísala na papier?

<u>Výsledok:</u> 73
<u>Riešenie:</u> Katkino číslo dáva zvyšok 3 po vydelení desiatimi. To znamená, že keď od neho odčítame 3, tak dostaneme nejaký násobok desiatky. Každý násobok desiatky končí cifrou 0. Preto keď pričítame naspäť 3, dostaneme, že Katkino číslo končí cifrou 3. Zároveň ale máme, že Katkino číslo dáva zvyšok 1 po delení deviatimi. Teda keď od neho odčítame 1, dostaneme násobok deviatky. Po odčítaní 1 dostaneme dvojciferné číslo, ktoré má na mieste jednotiek cifru 3-1=2. Hľadáme preto dvojciferný násobok deviatky, ktorý má na mieste jednotiek cifru 2. Dvojciferné násobky deviatky sú 18, 27, 36, 45, 54, 63, 72, 81, 90, 99. Z nich má na mieste jednotiek cifru 2 iba číslo 72. Katkino číslo dostaneme, ak k tomuto číslu naspäť pričítame 1. Katka si tak na papier napísala číslo 72+1=73.

Úloha 08. Torta pre kamarátov

Kika upiekla tortu tvaru obdĺžnika. Rozrezala ju na tri rovnaké štvorcové kúsky. Každý z týchto kúskov mal obvod 36 cm. Aký bol obsah celej torty?

<u>Výsledok:</u> 243 cm^2
<u>Riešenie:</u> Torta rozrezaná na kúsky vyzerá tak, ako na tomto obrázku:



Keďže každý zo štvorcových kúskov má obvod 36 cm, má každá jeho strana dĺžku 36:4=9 cm. Každý z týchto kúskov má obsah $9 \cdot 9 = 81$ cm^2. Celá torta tak má obsah $3 \cdot 81 = 243$ cm^2.

Úloha 09. Výpredaj koláčov

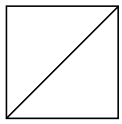
V obchode predávajú koláče. Prvý zákazník kúpil polovicu všetkých koláčov a ešte jeden koláč, druhý kúpil polovicu zvyšku a ešte jeden koláč, tretí polovicu zvyšku po druhom a ešte jeden koláč a takto to pokračovalo ďalej. Siedmy zákazník si kúpil polovicu zvyšku po šiestom a ešte jeden koláč. Po ňom už v obchode nezostali žiadne koláče. Koľko koláčov bolo v obchode na začiatku?

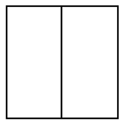
Výsledok: 254
Riešenie: Postupujme od konca. Na konci bolo v obchode 0 koláčov.
Pred siedmym zákazníkom ich muselo byť (0+1)·2=2.
Pred šiestym zákazníkom ich muselo byť (2+1)·2=6.
Pred piatym zákazníkom ich muselo byť (6+1)·2=14.
Pred štvrtým zákazníkom ich muselo byť (14+1)·2=30.
Pred tretím zákazníkom ich muselo byť (30+1)·2=62.
Pred druhým zákazníkom ich muselo byť (62+1)·2=126.
Pred prvým zákazníkom ich muselo byť (126+1)·2=254.
Na začiatku tak bolo v obchode 254 koláčov.

Úloha 10. Sedmoraký štvorec

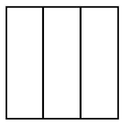
Lukáš si nakreslil štvorec. Teraz dumá, či je možné ho rozdeliť na presne 7 častí, ktoré budú rovnaké svojím tvarom a veľkosťou. Je možné štvorec takto rozdeliť?

Výsledok: áno
Riešenie: Rozmýšľajme, ako by sme rozdelili štvorec na dve rovnaké časti. Najjednoduchšie spôsoby, aké nám môžu napadnúť sú rozdeliť ho po uhlopriečke alebo po čiare spájajúcej protiľahlé stredy strán.

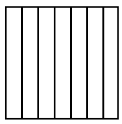




Vyzerá, že na dve časti to ide. Čo takto rozdeliť ho na tri rovnaké časti? Keď skúsime napodobniť druhý zo spôsobov rozdelenia na dve časti, dostaneme, že to ide rozdelením na tri takéto "slíže":



Toto vieme zopakovať aj pri rozdeľovaní na 7 rovnakých častí, ba dokonca na koľkokoľvek častí budeme chcieť. Tým dostávame, že štvorec sa naozaj dá rozdeliť na 7 rovnakých častí a to takto:



Úloha 11. Basketbal

Erik hral basketbal a počítal si body. V basketbale sa dajú hodiť koše za 2 alebo 3 body. Erik hodil 42 košov. Koľko rôznych počtov bodov mohol získať?

Výsledok: 43
Riešenie: Ak by Erik hodil všetky koše za 2 body, získal by spolu 2·42=84 bodov. Zakaždým, keď by sme zmenili nejaký dvojbodový kôš za trojbodový, dostali by sme o jedna väčší počet bodov. Preto ak budeme postupne meniť počty hodených košov za 3 body z 0 na 42, dostaneme zakaždým väčší počet bodov. Takže všetky počty bodov, ktoré takto dostaneme, budú navzájom rôzne. Každý počet hodených trojbodových košov tak znamená jeden rôzny počet bodov, ktorý mohol Erik získať. Zároveň tým dostávame všetky situácie, ktoré mohli nastať. Rôznych počtov trojbodových košov, ktoré mohol Erik trafiť, je 43 (0 až 42). Takže aj rôznych počtov Erikových bodov je 43.

Úloha 12. Kto je špión?

Štyria chlapci hrajú hru. Jeden ide za dvere a zvyšní traja sa dohodnú, kto bude špión. Špión klame a zvyšní hovoria pravdu. Potom sa ten za dverami vráti a môže sa ich pýtať, kto je špión. Chlapci mu takto odpovedali:
Adam: „Braňo je špión."
Braňo: „Cyril je isto špión."
Cyril: „Adam určite nie je špión."
Kto je špión?

a) Adam *b) Braňo* *c) Cyril* *d) nedá sa zistiť*

Výsledok: b) Braňo
Riešenie: Zamyslime sa, čo znamená, ak niekto o niekom povie, že je špión. Ak to hovorí špión, tak to hovorí o niekom, kto nie je špión. Ak to hovorí niekto, kto nie je špión, tak to hovorí o špiónovi. V oboch prípadoch to znamená, že nie sú na rovnakých stranách. Teraz sa pozrime, čo znamená, ak sa povie, že niekto nie je špión. Ak to povie špión, tak to povie o špiónovi. Ak to povie niekto, kto nie je špión, tak to povie o niekom, kto nie je špión. V oboch prípadoch to znamená, že sú na rovnakých stranách. Z tohto a z výrokov chlapcov vyplýva, že buď sú špióni Adam s Cyrilom, alebo je špiónom Braňo. Keďže je ale len jeden z nich špión, tak to musí byť b) Braňo.

Úloha 13. Hry kockáčov

Augustín s Peťou hrajú hru s dvadsaťstennými kockami. Na každej takejto kocke môže padnúť číslo 1 až 20. Obidvaja naraz hodia svoju kocku a vyhrá ten, komu padne väčšie číslo. Remíza nastane, ak padne obom rovnaké číslo. V koľkých prípadoch zo všetkých možných vyhrá Peťa?

Výsledok: 190
Riešenie: Na to, aby mohol niekto vyhrať, museli byť čísla na kockách rozdielne. To znamená, že ku každému z 20 čísel, ktoré môžu padnúť na Augustínovej kocke, musí na Petinej kocke padnúť niektoré zo zvyšných 19 čísel. To sa môže stať 20·19=380 spôsobmi. Každá dvojica čísel, ktorú takto dostaneme, má ale svoju "dvojičku" - keď hodili obaja tie isté čísla, ale majú ich vymenené (napríklad ak Augustín hodil 4 a Peťa 7, tak "dvojička" k tomu je, že Augustín hodil 7 a Peťa 4). Z každej takejto dvojičky vyhrala Peťa presne raz. Peťa tak vie vyhrať v polovici prípadov, keď na kockách padnú rôzne čísla. Teda presne v 380:2=190 prípadoch.

Úloha 14. Janko v škole nesedel

Janko dostal z matematiky 10 známok. Vypočítal si, že má priemer známok presne 2. Koľko najviac jednotiek mohol dostať?
Poznámka: V Jankovej škole známkujú známkami 1, 2, 3, 4 a 5.

Výsledok: 7
Riešenie: Pripomeňme si, ako vypočítame priemer známok. Sčítame všetky známky a vydelíme ich počtom všetkých známok. Z toho vyplýva, že súčet všetkých Jankových známok je 10·2=20. Keby dostal Janko 8 jednotiek, tak aj ak by dostal dve päťky, tak by mal súčet známok najviac 8+2·5=18. Preto určite nedostal viac ako 7 jednotiek. Zistime, či mohol Janko dostať 7 jednotiek. To sa stať mohlo, pretože dostať súčet známok 20-7=13 na zvyšné tri známky vieme. Dokonca to vieme dvomi spôsobmi - trojicou známok 4, 4, 5 a trojicou známok 3, 5, 5. Janko teda mohol dostať najviac 7 jednotiek.

Úloha 15. Pár matematikov

Majo si napísal prvých 2020 párnych prirodzených čísel a všetky ich sčítal. Nina si napísala prvých 2020 nepárnych prirodzených čísel a tiež všetky sčítala. O koľko bol Majov súčet väčší ako Ninin súčet?

Výsledok: 2020
Riešenie: Rozdeľme si čísla do dvojíc. S každým párnym číslom dáme do dvojice nepárne číslo, ktoré je o jedna menšie. Prvé dvojice budú vyzerať takto: (2,1), (4,3), (6,5) a tak ďalej. Ak takto popárujeme všetky čísla, ktoré niekto z dvojice Majo a Nina započítali do svojho súčtu, dostaneme 2020 dvojíc, pričom skončíme dvojicou (4040,4039). Každá takáto dvojica má tú vlastnosť, že prvé z čísel v dvojici započítal do svojho súčtu Majo a druhé Nina. Zároveň je prvé číslo vždy o 1 väčšie ako druhé. Majo tak dostane o 1 väčší súčet za každú takúto dvojicu. Dvojíc je 2020, a tak dostane Majo o 2020 väčší súčet.

Úloha 16. Model z kociek

Dano má 27 kociek s hranou dĺžky 1 cm. Chce ich zlepiť do jedného telesa tvoreného všetkými 27 kockami. Zlepí ich tak, aby sa každé 2 dotýkajúce sa kocky dotýkali celou stenou. Aký najväčší povrch môže mať vzniknuté teleso?

Výsledok: 110 cm²
Riešenie: Aby malo výsledné teleso čo najväčší povrch, musíme čo najmenej z povrchu jednotlivých kociek použiť ako steny, ktorými sú kocky zlepené dohromady. Vždy, keď lepíme nejaké dva kúsky k sebe, použijeme dve steny kociek na zlepenie. Miest, kde musíme takto zlepovať, je určite aspoň 26. Spolu tak na zlepenie musíme použiť aspoň 2·26=52 stien. Použiť iba 52 stien vieme tým, že poukladáme všetky kocky na seba, čím vytvoríme akýsi stĺp. Všetky kocky mali spolu 6·27=162 stien. Takže zlepený útvar má na svojom povrchu najviac 162-52=110 stien. Každá stena má ale obsah 1·1=1 cm², a tak je najväčší možný povrch vzniknutého telesa 110·1=110 cm².

Úloha 17. Kopa čiar

Patrik si nakreslil obdĺžnik ABCD, v ktorom platilo |AB| = 48 cm a |BC| = 30 cm. Na strane CD zvolil body E a F tak, že uhly EAD a FBC mali veľkosť 45°. Aká bola dĺžka úsečky EF?

Výsledok: 12 cm
Riešenie: Zistime veľkosti uhlov v trojuholníku EAD. Zo zadania vieme, že uhol EAD má veľkosť 45°. Navyše z toho, že uhol ADE je jeden z uhlov pri vrchole obdĺžnika, máme, že je pravý - má veľkosť 90°. Preto má uhol AED veľkosť 180°-90°-45°=45°. Uhly EAD a AED tak majú rovnakú veľkosť, čo znamená, že trojuholník AED je rovnoramenný so základňou AE. Platí preto |AD|=|DE|. Ale z toho, že AD je stranou obdĺžnika, dostávame |DE|=|AD|=|BC|=30 cm. Navyše platí |CD|=|CE|+|DE|, pretože E je bod na strane CD. Odtiaľ dostávame |CE|=|CD|-|DE|=48-30=18 cm.
Opakovaním podobných úvah pre bod F a rovnoramenný trojuholník BFC dostávame aj že |DF|=18 cm. Z týchto dĺžok vieme, že body E a F ležia na úsečke CD v poradí C, E, F, D. Preto musí platiť |CD|=|CE|+|EF|+|DF|. Odtiaľ už ľahko vyjadríme |EF|=|CD|-|CE|-|DF|=48-18-18=12 cm.

Úloha 18. V tom pravom čase

Ľudka sa doma nudila, a tak pozorovala ručičkové hodiny. Zaujalo ju, že hodinová ručička práve zvierala s tou minútovou pravý uhol. Preto jej napadla otázka: Koľkokrát za deň nastane situácia, že obe ručičky zvierajú pravý uhol?

Výsledok: 44
Riešenie: Pozrime sa na to, ako sa vzájomne pohybujú ručičky medzi dvoma momentmi, kedy sa prekrývajú. Najprv minútová ručička zväčšuje uhol, ktorý zviera s hodinovou, až kým nie sú oproti sebe. Potom zas zmenšuje tento uhol až sa znova prekryjú. Počas zväčšovania sa uhla nadobudne tento uhol všetky hodnoty od 0° po 180° - teda nadobudne raz aj hodnotu 90°. Podobne aj keď sa uhol zmenšuje zo 180° na 0° tak sa raz musí nadobudnúť uhol 90°. V čase medzi momentmi, kedy sa minútová s hodinovou ručičkou prekrývajú, tak zvierajú ručičky pravý uhol dvakrát.
Zostáva tak spočítať, koľkokrát za deň sa ručičky prekrývajú. Prekrývajú sa presne o polnoci. Za 24 hodín sa stihne minútová ručička otočiť 24-krát, kým hodinová iba 2-krát. Minútová ručička tak musí 24-2=22-krát dobehnúť hodinovú, pričom posledné dobehnutie nastane až v nasledujúci deň. To ale nemení nič na tom, že je 22 časových úsekov, na ktorých nastanú dva momenty, kedy ručičky zvierajú pravý uhol. Preto ručičky zvierajú pravý uhol 2·22=44-krát za deň.

Úloha 19. Delenie pošty

Poštár Pat má doručiť listy na ulici, na ktorej je 50 domov. Na severnej strane ulice sú domy s nepárnymi číslami 1, 3, 5 a tak ďalej až po 49. Oproti každému z týchto domov sa vždy nachádza dom, ktorého číslo je dvojnásobkom čísla domu, oproti ktorému stojí. Na južnej strane ulice sú tak domy s číslami 2, 6, 10 a tak ďalej až po 98. Pre každý z domov má Pat toľko listov, koľko má dané číslo deliteľov. Koľko listov má Pat doručiť na tejto ulici?

Výsledok: 204
Riešenie: Pozrime sa najprv na čísla domov na severnej strane. Ku každému z čísel si vypíšme, koľko má deliteľov:

1 -> 1	11 -> 2	21 -> 4	31 -> 2	41 -> 2
3 -> 2	13 -> 2	23 -> 2	33 -> 4	43 -> 2
5 -> 2	15 -> 4.	25 -> 3	35 -> 4	45 -> 6
7 -> 2	17 -> 2	27 -> 4	37 -> 2	47 -> 2
9 -> 3	19 -> 2	29 -> 2	39 -> 4	49 -> 3

Spolu tak majú 68 deliteľov. Teraz sa pozrime na južnú stranu, kde majú domy čísla, ktoré sú dvojnásobkami tých na severnej strane. Všimnime si, aký je vzťah medzi počtom deliteľov nepárneho čísla a počtom deliteľov jeho dvojnásobku. Dvojnásobok tohto čísla má za delitele všetky delitele nepárneho čísla. Navyše má medzi deliteľmi aj dvojnásobky deliteľov nepárneho čísla. Tie sú dokonca všetky rôzne od deliteľov nepárneho čísla, pretože sú párne a nepárne číslo malo iba nepárne delitele. Dvojnásobok daného nepárneho čísla tak má dvakrát viac deliteľov ako nepárne číslo - tie isté ako nepárne číslo a ich dvojnásobky. Čísla domov na južnej strane preto majú spolu 2·68=136 deliteľov. Spolu majú všetky čísla domov 68+136=204 deliteľov, čiže Pat má doručiť 204 listov.

Úloha 20. Diamantová liga

Na šprintérskych pretekoch je 25 šprintérov. Každý šprintér zabehne šprint vždy za rovnaký čas, ale žiadni dvaja šprintéri ho nezabehnú za ten istý čas. Chceme im spravodlivo rozdať medaily za prvé tri miesta. Máme k dispozícii iba jednu bežeckú dráhu pre 5 šprintérov. Čas merať nevieme. Koľko najmenej pretekov musíme usporiadať, aby sme s istotou vedeli, kto z nich je najrýchlejší, kto druhý najrýchlejší a kto tretí najrýchlejší?

Výsledok: 7
Riešenie: Najskôr ukážeme, že stačí 7 pretekov. Najskôr rozdeľme šprintérov na päť pätíc a každú pätícu nechajme odbehnúť jeden pretek - spolu 5 pretekov. V každom z pretekov dostaneme nejaké poradie. Do ďalšieho preteku nasaďme víťaza z každého z týchto piatich pretekov. Opäť dostaneme nejaké poradie - označme si poradie týchto šprintérov ABCDE, kde A je najrýchlejší a E je najpomalší. A je isto najrýchlejší šprintér zo všetkých. Pozrime sa, kto má ešte šancu byť medzi tromi najlepšími:

► Z pätice, ktorá na začiatku bežala s A, to sú tí, ktorí vtedy skončili na najhoršie treťom mieste (prví traja sú totiž isto lepší).
► Z pätice, ktorá na začiatku bežala s B, to sú tí, ktorí vtedy skončili na najhoršie druhom mieste (prví dvaja a A sú určite lepší).
► Z pätice, ktorá na začiatku bežala s C, to je iba C (A, B, C sú totiž lepší).
► Zo zvyšných pätíc to nie je nikto (A, B, C sú lepší).

Zostalo nám tak šesť šprintérov a o jednom z nich (A) vieme, že je najrýchlejší zo všetkých. Stačí nám tak spraviť pretek medzi zvyšnými piatimi a prví dvaja z neho budú určite druhý a tretí najrýchlejší. Takže naozaj stačilo 7 pretekov.

Ďalej ukážeme, že na 6 pretekov to nejde. Na to, aby sme o šprintérovi vedeli aspoň niečo povedať, musí sa zúčastniť aspoň jedného preteku. Okrem takýchto 25 "povinných účastí" nám zostane už iba 5 "nepovinných účastí", keď je v preteku niekto, kto už pretekal. Ukážeme, že týchto 5 "nepovinných účastí" musíme využiť na to, aby sme našli najrýchlejšieho.
Nazvime "výborným" šprintéra, o ktorom ešte nemáme informáciu, že by bol od niekoho pomalší. Každý pretek spôsobí to, že niekto bude v tom momente "výborný", a preto musíme mať v každom momente (po prvom preteku) stav, že je niekto "výborný". Ak by sme po šiestich pretekoch mali aspoň dvoch "výborných", nevedeli by sme určiť, kto je víťaz. Takže na konci potrebujeme mať iba jedného "výborného".
Rozmyslime si, ako vieme znižovať počet "výborných". Vždy na spotrebovanie jedného titulu "výborný" potrebujeme použiť jednu "nepovinnú účasť", pretože potrebujeme nasadiť "výborného" do nejakého preteku. Ak vyhrá, udrží si to, že je "výborný". Ak nie, stratí ho v prospech niekoho, kto ho porazil. Prípadne môže byť tento, kto ho porazil, už niekým porazený, ale to, že nezíska titul "výborný", je spôsobené tým, že sme aj na ňom minuli nejakú "nepovinnú účasť".
Takže musíme použiť všetkých 5 "nepovinných účastí" na to, aby bol na konci iba jeden "výborný". Takže použijeme všetkých 6 pretekov na to, aby sme vedeli povedať, kto je víťaz. Ešte stále by sme ale mohli byť schopní poskladať preteky tak, aby sme vedeli určiť, kto skončil druhý a kto tretí.

Aby sme toho neboli schopní, mohli by existovať dvaja šprintéri, ktorých porazil iba víťaz a sú navzájom neporovnateľní. Vezmime si situáciu, že víťazom by sa stal "výborný" z prvého preteku. Pozrime sa na druhého z tohto preteku. Ak by išiel do nejakého ďalšieho preteku z tohto preteku iba "výborný", tak by sme dostali dvoch neporovnateľných, ktorých porazil iba víťaz. Niekto teda do nejakého preteku ešte ísť musí.
Ak by išiel ktokoľvek do nejakého preteku, tak sa pokojne môže stať, že skončí posledný. Tým pádom sa síce dozvieme nejakú informáciu, ale spotrebujeme jednu "nepovinnú účasť". A to spôsobí, že už nebudeme schopní s istotou určiť víťaza.
To znamená, že hoci vieme určiť víťaza na 6 pretekov, nevieme už určiť, kto by mal byť druhý a kto tretí. Preto 6 pretekov nestačí.

Tým sme ukázali, že 6 pretekov nestačí, ale 7 už hej. Takže treba usporiadať aspoň 7 pretekov.