



attomat

23.09.2021

Vzorové riešenia
Kategórie 5, 6, Príma



p - mat



MINISTERSTVO
ŠKOLSTVA, VEDY,
VÝSKUMU A ŠPORTU
SLOVENSKEJ REPUBLIKY



EURÓPSKA ÚNIA

Európsky sociálny fond
Európsky fond regionálneho rozvoja

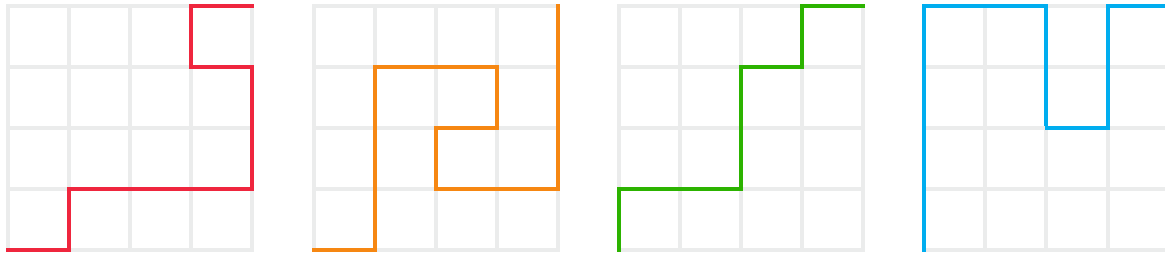


OPERAČNÝ PROGRAM
ĽUDSKÉ ZDROJE

Tento projekt sa realizuje vďaka podpore z Európskeho sociálneho fondu a Európskeho fondu regionálneho rozvoja v rámci Operačného programu Ľudské zdroje.

Úloha 01. Farebné čiary

Miška si kreslí čiary na štvorčekovej sieti. Zakaždým spojí ľavý dolný a pravý horný roh inou cestou. Miška nakreslila 4 čiary ako na obrázku. Akú farbu má čiara, ktorá je najdlhšia?



Výsledok: oranžovú

Riešenie: Vidíme, že červená čiara má dĺžku 10 strán štvorca, oranžová 14 strán štvorca, zelená 8 strán štvorca a modrá má dĺžku 12 strán štvorca. Najdlhšia je preto oranžová čiara.

Úloha 02. Tri guľôčky

Stano dostal na začiatok školského roka 3 guľôčky - oranžovú, modrú a zelenú. Chce ich uložiť do jedného radu tak, aby oranžová a modrá guľôčka neboli vedľa seba. Koľkými spôsobmi ich takto vie uložiť?

Výsledok: 2

Riešenie: Keď sa pozrieme na rad troch guľôčok, tak vidíme, že guľôčka, ktorá je v strede, susedí s oboma zvyšnými. Keďže oranžová a modrá guľôčka nemôžu byť vedľa seba, musia byť na krajoch radu. Čiže zelená guľôčka musí byť určite v strede. Pre zvyšné dve guľôčky sú dve možnosti, ako ich uložiť: oranžovú na prvé miesto, modrú na tretie miesto a naopak. Dokopy sú preto dve možnosti na uloženie troch guľôčok: (oranžová, zelená, modrá) a (modrá, zelená, oranžová).

Úloha 03. Škaredé číslo

Veva si napísala dvojciferné číslo, ktoré má na mieste jednotiek cifru 7. No toto číslo sa jej nepáčilo, a tak napísala nové. Nové číslo napísala tak, že prehodila cifry pôvodného čísla. Nové číslo bolo o 45 väčšie ako to pôvodné. Aké bolo pôvodné číslo?

Výsledok: 27

Riešenie: Nové číslo musí byť jedno z čísel od 70 po 79, lebo po prehodení cifier musí mať prvú cifru 7. Ak od každého odčítame 45 dostaneme všetky možné pôvodné čísla, to sú čísla od 25 po 34. Z týchto čísel iba číslo 27 má druhú cifru 7, preto to musí byť pôvodné číslo, ktoré Veva napísala.

Úloha 04. Čarodej z Attomatova

Úlohou čarodeja z Attomatova je pripravovať čaromatematické elixíry. Každý čarodejov elixír je pripravovaný zo surovín, ktoré majú takzvanú hodnotu čaromatematickosti, skrátene čamat, väčšiu ako nula. No čamat má aj elixír zložený z viacerých surovín – táto hodnota sa rovná súčtinu čamatu všetkých surovín v elixíri.

O elixíre z dvoch žabacích slíz vieme, že má čamat 9.

Zase elixír zo žabacej slzy a Dionýzovej bobule má čamat 15.

Napokon elixír z Dionýzovej bobule a dvoch zajačích krídeliek má čamat 20.

Aký čamat bude mať elixír z jednej žabacej slzy, jednej Dionýzovej bobule a jedného zajačieho krídelka?

Výsledok: 30

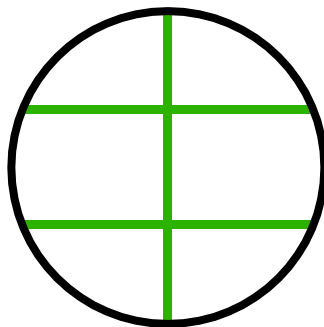
Riešenie: Žabacie slzy majú čamat 3, lebo keď prenásobíme číslo 3 samým sebou, dostaneme súčin 9. Keď súčin čamatov Dionýzovej bobule a žabacích slíz predelíme čamatou žabacích slíz, dostaneme, že Dionýzové bobule majú čamat $15 : 3 = 5$. Keď súčin čamatov Dionýzovej bobule a dvoch zajačích krídeliek predelíme čamatom Dionýzovej bobule, dostaneme, že čamat dvoch zajačích krídeliek je $20 : 5 = 4$. Podobne ako pri žabacích slzách zistíme aj z dvoch zajačích krídeliek, že jedno zajačie krídelko má čamat 2. Na záver iba vynásobíme čamaty všetkých troch surovín $3 \cdot 5 \cdot 2 = 30$. Čamat požadovaného elixíru je 30.

Úloha 05. Fruit ninja frajer

Riešenie: Max si pred niekoľkými mesiacmi stiahol hru fruit ninja. Dnes už v nej je riadny frajer. Minule sa pohádal so svojim kamarátom Alexom o tom, koľkými minimálne rezmi môže rozrezať ovocie na 6 kúskov. Koľko najmenej rezov na to potrebuje? Ovocie v hre fruit ninja má tvar kruhu.

Výsledok: 3

Riešenie: Prvým rezom rozrežeme ovocie vždy na dve časti. Druhým rezom vieme ovocie rozrezať maximálne na 4 kúsky, a to vtedy, ak rez prechádza cez prvý rez. Tretím rezom už ovocie vieme rozrezať na 6 kúskov napríklad tak ako na obrázku. Max preto potrebuje najmenej 3 rezy.



Úloha 06. Vysoko-školská

Spolužiaci Adka, Bejka, Cyril a Domča sa porovnávali medzi sebou, kto je ako vysoký. O svojich výškach následne povedali:

Adka: "Cyril je odo mňa o 1 dm vyšší."

Domča: "Som o 250 mm vyššia ako Bejka."

Cyril: "Domča je o 7 cm vyššia ako ja."

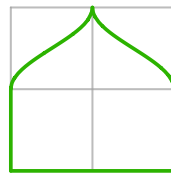
Zoraď štvoricu spolužiakov podľa výšky od najvyššieho po najnižšieho.

Výsledok: Domča, Cyril, Adka, Bejka

Riešenie: Domča je najvyššia zo všetkých, lebo zo zadania vieme, že je vyššia ako Bejka a Cyril, a keďže Adka je nižšia ako Cyril, musí byť nižšia aj ako Domča. Teraz ostatných vieme zoradiť podľa toho, o koľko sú nižší ako Domča. Pozor, musíme jednotky premeniť na rovnaké, napríklad na centimetre. Cyril je o 7 cm nižší ako Domča, Bejka o 25 cm nižšia. Adka je o 10 cm nižšia ako Cyril, takže je o $10 \text{ cm} + 7 \text{ cm} = 17 \text{ cm}$ nižšia ako Domča. Z toho vyplýva, že Cyril je po Domči najvyšší, potom Adka je tretia najvyššia a najnižšia je Bejka. Zoradenie je Domča, Cyril, Adka, Bejka.

Úloha 07. Taj Mahal

Paťo bol v Indii pri Taj Mahale. Strecha Taj Mahalu Paťo zaujala natoľko, že si spravil jej náčrt. Obrisy strechy vidíš na obrázku. Paťo potom vyfarbil vnútornú časť náčrtu strechy. Koľko približne šedých



štvorčekov by Paťo musel vyfarbiť, aby minul rovnako veľa farby ako pri vyfarbení strechy?

a) 1

b) 2

c) 3

d) 4

Výsledok: c)

Riešenie: Našou úlohou je vlastne zistiť koľko štvorčekov zaberá strecha na obrázku. Vidíme, že spodná časť strechy zaberá dva celé šedé štvorčeky. Vrchná - zošikmená - časť zaberá približne dve polovice šedého štvorčeka, keďže zelená čiara spája dva protiľahlé vrcholy štvorčeka. Spolu preto strecha zaberá približne tri šedé štvorčeky a možnosť c) je správna.

Úloha 08. Paličky

Tete sa pozrela na svoje digitálne hodinky a zbadala na nich čas 20:21. Na displeji tak svietilo $5 + 6 + 5 + 2 = 18$ paličiek. Hneď sa zamyslela. O koľko minút nastane najbližší taký moment, že na hodinkách bude svietiť 18 paličiek?



Výsledok: 10

Riešenie: Jednotka má najmenej paličiek zo všetkých cifier, preto už žiaden čas do 20:29 vrátane nebude mať rovnaký počet paličiek. Pozrime sa na časy v nasledujúcich desiatich minútach, teda v tvare 20:3X. Cifry označujúce hodinu sú rovnaké ako pri 20:21 a cifra 3 má rovnako veľa paličiek ako cifra 2. Takže rovnaký počet paličiek ako 20:21 má čas 20:31, ktorý nastane o 10 minút.

Úloha 09. Párny zoznam

Marcel si napísal zoznam čísel: 2, 4, 6, ..., 108. Napísal doň všetky párne čísla menšie ako 110. O koľko viac cifier 8 ako cifier 9 napísal?

Výsledok: 11

Riešenie: Párne čísla končia iba ciframi 0, 2, 4, 6 a 8. Preto cifru 9 Marcel napísal iba na mieste desiatok v číslach 90, 92, 94, 96 a 98, spolu 5-krát. Zato cifru 8 napísal v číslach 8, 18, 28, 38, 48, 58, 68, 78, 80, 82, 84, 86, 98, 108 a dvakrát v čísle 88 – spolu 16-krát. Cifru 8 tak napísal o $16 - 5 = 11$ -krát viac.

Úloha 10. Minca namiesto kocky

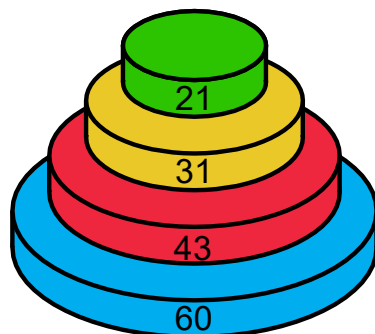
Kubko sa hrá s figúrkou na hracom pláne. V každom ťahu si hodí mincou. Ak padne číslo, tak posunie figúrku o 5 políčok. Ak padne znak, tak posunie figúrku o 4 políčka. Kubko zatiaľ posunul figúrku o 26 políčok. Koľkokrát Kubko hodil mincou?

Výsledok: 6

Riešenie: Na 6 hodení mincou sa Kubko vie posunúť o 26 políčok. Stačí mu hodiť dvakrát číslo a štyrikrát znak – tak sa posunie o $2 \cdot 5 + 4 \cdot 4 = 26$ políčok. Ak by Kubko hádzal mincou len 5-krát, mohol by sa posunúť maximálne o $5 \cdot 5 = 25$ políčok. Podobne ak by hádzal mincou 7-krát, tak by sa pohol určite o aspoň $7 \cdot 4 = 28$ políčok. Kubko tak musel hádzať 6-krát.

Úloha 11. Chaotická infografika

Na istej základnej škole sa konali tri súťaže – Miss, Spevák a Attomat. Miss a Attomat prebiehali úplne v rovnakom čase. Po konaní týchto akcií škola vytvorila grafiku na obrázku, na ktorej znázornila niektoré informácie o počte zúčastnených. Každá vrstva v nej zodpovedá nejakému počtu žiakov. Koľko žiakov navštevuje túto školu?



- Boli na Miss, ale nie na Spevákovi
- Boli na Miss alebo na Spevákovi
- Boli na Attomate alebo na Spevákovi
- Neboli nikde

Výsledok: 124

Riešenie: Zelená časť nám hovorí o žiakoch, ktorí boli na Miss, ale nie na Spevákovi. Keďže Miss bola počas Attomatu, tak títo žiaci neboli ani na Attomate. Všetci ostatní žiaci, ktorí boli na niektorej akcii, tak boli na Attomate alebo na Spevákovi, takže tvoria červenú časť. Na nejakej akcii preto bolo $21 + 43 = 64$ žiakov. Spolu s 60 žiakmi, ktorí na žiadnej akcii neboli (modrá časť), tak školu navštevuje $64 + 60 = 124$ žiakov.

Úloha 12. Naplnenie škatule

V obchode s oblečením chcú čo najefektívnejšie uskladniť nevypredané tričká do kartónových škatúl s rozmermi 40 cm x 70 cm x 30 cm. Pracovníčky vedia skladať tričká do kocky s hranou 10 cm alebo ich vedia iba preložiť na polovicu, pričom takto preložené tričko má rozmery 40 cm x 30 cm x 2 cm. Ktorým spôsobom sa oplatí ukladať tričká do škatule?

- a) na spôsobe nezáleží
- b) iba prekladať na polovice
- c) iba skladať do kocky
- d) skombinovať oba spôsoby

Výsledok: c) iba skladať do kocky

Riešenie: Poďme zistiť, koľko tričiek by sa vošlo do škatule, ak by sme ich tam ukladali iba poskladané do kocky s hranou dĺhou 10 cm. Na jednu stenu škatule s rozmermi 30 cm x 40 cm sa zmestí $3 \cdot 4 = 12$ kociek, ktoré budú zaberáť ešte 10 cm z posledného rozmeru. Posledný rozmer má 70 cm, takže sa do škatule zmestí presne 7 vrstiev s 12 kockami, čo je spolu $7 \cdot 12 = 84$ poskladaných tričiek do tvaru kocky.

Ak by sme do škatule chceli ukladať tričká preložené na polovicu, zmestí sa na stenu s rozmermi 30 cm x 40 cm iba jedna tričko. Ale z posledného rozmeru bude zaberáť iba 2 cm. Na seba preto takto môžeme poukladať $70 \text{ cm} : 2 \text{ cm} = 35$ preložených tričiek.

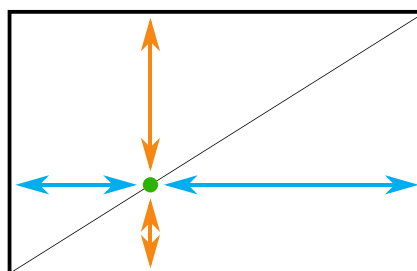
Je zjavné, že tričiek poskladaných do tvaru kocky sa do škatule zmestí viac, a teda v nej zaberajú menej miesta ako preložené tričká. Neoplatilo by sa nám preto ani kombinovať oba spôsoby. Čiže správna je jednoznačne možnosť c).

Úloha 13. Nuda v cele

Väzňa zavrelí do cely, ktorej podlaha má tvar obdĺžnika s obvodom 18 m. Keď sa väzeň kvôli samote nudil, postavil sa do tretiny dĺžky jednej z uhlopriečok. Potom zmeral svoju vzdialenosť od každej zo stien a všetky tieto štyri vzdialenosti sčítal. Akú dĺžku v metroch dostal?

Výsledok: 9

Riešenie: Nakreslime si celú situáciu spolu s úsečkami, ktorých súčet dĺžok chceme zistiť:



Vidíme, že oranžové úsečky spolu tvoria jednu úsečku. Táto úsečka je rovnobežná so zvyšnými dvomi stenami cely a má aj rovnakú dĺžku. Rovnako to platí aj pre modré úsečky. Súčet všetkých štyroch vzdialeností sa preto rovná súčtu dĺžok dvoch rôzne dlhých stien cely. Tento súčet vieme vypočítať ako polovicu obvodu celej cely. Súčet vzdialeností väzňa od všetkých stien cely je $18 \text{ m} : 2 = 9 \text{ m}$.

Úloha 14. Domové čísla

Mestečko Attomatovo má 10000 domov. Každý dom má pridelené celé číslo od 1 po 10000. V mestečku sa rozhodli urobiť štatistiku, koľko domových čísel má nepárny ciferný súčet. Koľko je takých domov?

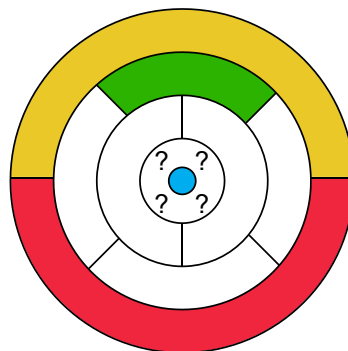
- a) 830 b) 5000 c) 5001 d) 9170

Výsledok: c)

Riešenie: Zoberme si desať po sebe idúcich čísel od 10 do 19. Čísla s nepárnym a párnym ciferným súčtom sa v tejto desiatke striedajú, pretože aj cifry na mieste jednotiek sú striedavo párne alebo nepárne. Čísla s párnym a nepárnym ciferným súčtom sa preto rovnako striedajú v každej desiatke. Z toho vyplýva, že medzi číslami od 10 po 9999 vrátane je rovnako veľa čísel s párnym a nepárnym ciferným súčtom. Čísel s nepárnym ciferným súčtom je preto medzi týmito číslami $(9999 - 9) : 2 = 4995$. Zostávajú nám domy s číslami 1 až 9 a 10000. Nepárny ciferný súčet majú 1, 3, 5, 7, 9 a 10000, teda ich je 6. Spolu je preto domov s číslom, ktorý má nepárny ciferný súčet, $4995 + 6 = 5001$.

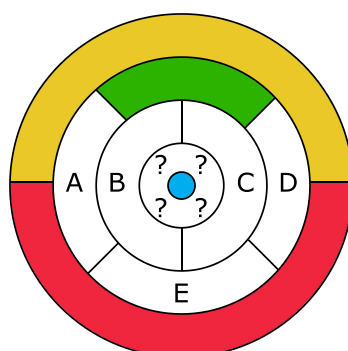
Úloha 15. Abstraktné umenie

Laura si kreslí obraz. Nakreslila si niekoľko čiar a teraz vyfarbuje oblasti, ktoré vznikli. Chce ich ale vyfarbiť tak, aby žiadne dve susediace oblasti nemali rovnakú farbu. Pritom však použije iba 4 farby – červenú, žltú, zelenú a modrú. Akú farbu bude mať oblasť s otáznikmi?

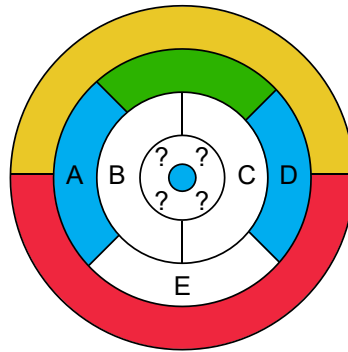


Výsledok: zelenú

Riešenie: Označme si oblasti ako na obrázku:



Oblasti A a D susedia s červenou, žltou aj zelenou oblasťou, a tak musia byť modré:



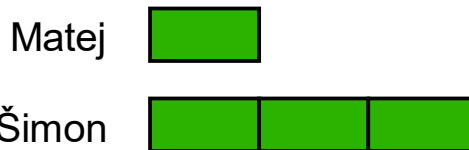
Oblasti B a C susedia so zelenou aj modrou oblasťou a susedia aj navzájom. Preto jedna z nich bude červená a druhá žltá. Bez ohľadu na to, ako tieto dve oblasti ofarbíme, bude oblasť s otáznikmi susediť s červenou, žltou aj modrou oblasťou. Preto bude oblasť s otáznikmi zelená.

Úloha 16. O dvoch bratoch

Dvaja bratia Matej a Šimon sa narodil v ten istý deň, ale v rôznych rokoch. Starší Šimon je dnes presne 3-krát starší ako mladší Matej. Koľkokrát starší bude Šimon, keď bude mať Matej dvakrát toľko rokov, ako má dnes?

Výsledok: 2

Riešenie: To, že je Šimon trikrát starší vieme znázorniť ako na obrázku – jeden obdĺžniček reprezentuje vek Mateja a keďže Šimon je trikrát starší, tak jeho vek reprezentujú tri obdĺžničky.



Keď bude mať Matej dvakrát toľko rokov ako dnes, tak jeho vek budeme vedieť reprezentovať dvomi obdĺžničkami. Matej tak bude o jeden obdĺžniček starší, a teda bude o jeden obdĺžniček starší aj Šimon. Jeho vek tak môžeme reprezentovať štyrmi obdĺžničkami.



Šimon tak bude $4 : 2 = 2$ -krát starší.

Úloha 17. Elze je zle

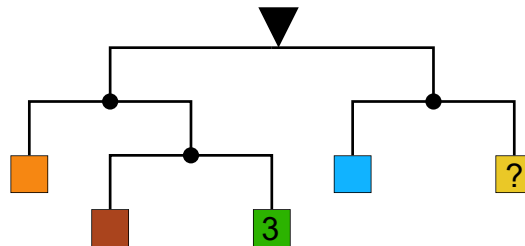
Elze je zle, a tak sa hrá s palindrómami. Napísala si zoznam palindrómov, ktorých súčet cifier sa rovná počtu cifier. Elza je smutná, že veľa z nich obsahuje cifru 1, a tak by chcela nejaký, ktorý ju neobsahuje. Aký je najmenší palindróm neobsahujúci cifru 1, ktorého súčet cifier je rovnaký ako počet jeho cifier? Poznámka: Palindróm je také číslo, ktoré je rovnaké, keď ho čítame odpredu aj odzadu. Napríklad číslo 12321 je päťciferný palindróm.

Výsledok: 2002

Riešenie: Jednociferné palindrómy zjavne nevyhovujú, a tak hľadaný palindróm bude začínať cifrou aspoň 2 (jednotku máme zakázanú) a rovnakou cifrou končiť. Jeho ciferný súčet tak bude aspoň 4, a teda bude aspoň štvorciferný. Štvorciferný palindróm spĺňajúci všetky podmienky existuje – 2002. Ľahko vidno, že toto je jediný vyhovujúci štvorciferný palindróm (aby bol ciferný súčet 4, tak prvá a posledná cifra musia byť dvojky a zvyšné cifry byť nuly). Preto je 2002 najmenší vyhovujúci palindróm.

Úloha 18. Pikofyzová

Marcel si pri vymýšľaní fyzikálnych úloh rozhodol objednať novú dekoráciu do svojej izby, ktorú si potom zavesil na strop. Dekorácia vyzerá ako na obrázku. Okolo miest so šípkou a krúžkami sa vedia jednotlivé časti otáčať. Pritom je celá táto dekorácia v rovnováhe. Akú hmotnosť v kilogramoch má žltá ozdôbka, ak zelená ozdôbka váži 3 kilogramy? Čierne časti dekorácie nemajú hmotnosť.

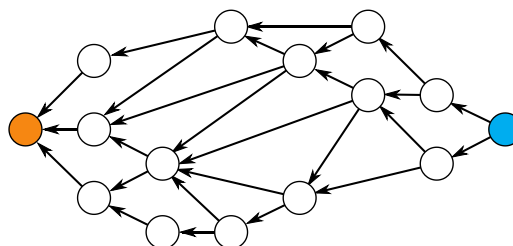


Výsledok: 6

Riešenie: Pôjdeme postupne po jednotlivých častiach a ozdôbkach. Aby hnedá bola v rovnováhe so zelenou musí mať tiež hmotnosť 3 kg. Spolu majú hmotnosť 6 kg. Aby s nimi bola v rovnováhe aj oranžová, musí mať hmotnosť 6 kg. Celá ľavá časť dekorácie má hmotnosť spolu 12 kg. Aby s ňou bola aj pravá v rovnováhe musí mať tiež hmotnosť spolu 12 kg. Na pravej strane sú dve ozdôbky, ktoré sú rovnováhe. Ak majú spolu hmotnosť 12 kg a ich hmotnosti sú rovnaké, tak každá musí vážiť 6 kg. Jedna z nich je práve žltá, a preto žltá ozdôbka má hmotnosť 6 kg.

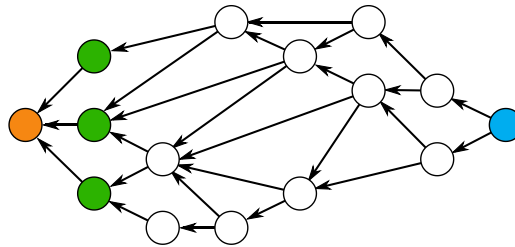
Úloha 19. Strategická bitka

Patrik a Lucka sa hrajú hru na políčkach na obrázku. Na začiatku položia jednu spoločnú figúrku na modré políčko a striedajú sa v ťahoch, Patrik začína. V každom ťahu hráč posunie figúrku v smere šípky na nejaké ďalšie políčko. Vyhráva hráč, ktorý presunie figúrku na oranžové políčko. Ktorý hráč vie hrať tak, aby zaručene vyhral?

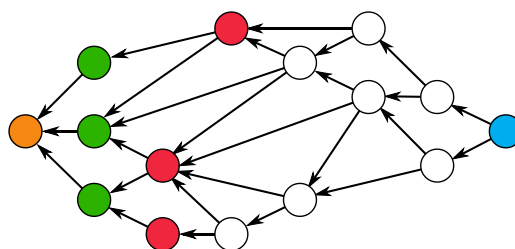


Výsledok: Patrik

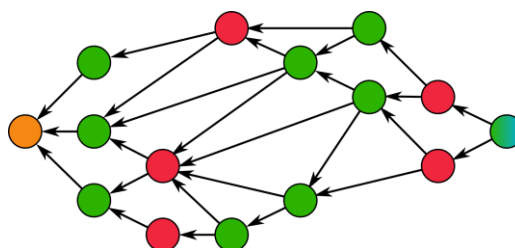
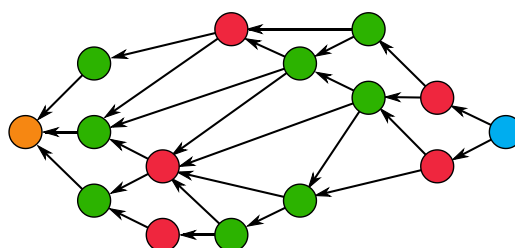
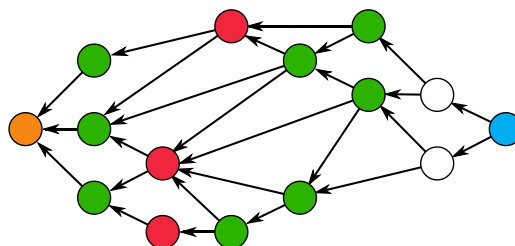
Riešenie: Ak je figúrka na políčku, z ktorého ide šípka do oranžového políčka, tak hráč na ťahu vie vyhrať ďalším ťahom. Ofarbíme tieto políčka nazeleno a nazveme ich víťaznými – hráč, ktorý je na ťahu, keď je figúrka na víťaznom políčku, vie zaručene vyhrať:



Na druhej strane políčka, z ktorých vedie šípka len do víťazných políčok, ofarbíme načerveno a nazývame prehrávajúcimi – hráč, ktorý je na ťahu, keď je figúrka na prehrávajúcom políčku, musí pohnúť figúrku na vyhrávajúce políčko, čím dostane súpera do situácie, kde vie vyhrať:



Podobne pokračujeme ďalej. Políčka, z ktorých vedie nejaká šípka do prehrávajúceho políčka sú vždy vyhrávajúce a políčka, z ktorých všetky šípky vedú do vyhrávajúcich políčok sú prehrávajúce. Postupným farbením políčok tak dostaneme:



Z toho vidíme, že modré políčko, na ktorom je na začiatku figúrka, je vyhrávajúce, a tak Patrik vyhrá (stačí mu zakaždým posunúť figúrku na prehrávajúce políčko).

Úloha 20. Delenie stovky

Ľudka skúšala deliť číslo 100 rôznymi číslami. Na papier si napísala čísla od 2 do 100 a ku každému z týchto čísel si napísala zvyšok po delení, keď delila číslo 100 týmto číslom. Napríklad k číslu 13 si napísala číslo 9, pretože $100 : 13 = 7$, zvyšok 9. Potom Ľudka zakrúžkovala všetky čísla, ku ktorým napísala číslo 1. Aký je súčet všetkých zakrúžkovaných čísel?

Výsledok: 155

Riešenie: Čo znamená, že vyjde zvyšok po delení 1? Znamená to, že ak by sme delili číslo o 1 menšie, tak by nám žiadny zvyšok nevyšiel. Preto sú zakrúžkované čísla zrovna také, že keď nimi vydelíme číslo $100 - 1 = 99$, tak nedostaneme žiaden zvyšok. Také čísla sú 1, 3, 9, 11, 33 a 99. Číslo 1 sa na Ľudkinom zozname nenachádza (aj tak by pri delení čísla 100 vyšiel zvyšok 0 a nie 1), takže Ľudka zakrúžkovala iba čísla 3, 9, 11, 33, 99. Ich súčet je $3 + 9 + 11 + 33 + 99 = 155$.