attomat

27.09.2022

Vzorové riešenia

Kategórie 7, 8, 9, Sekunda, Tercia, Kvarta, Open

p-mat

MINISTERSTVO ŠKOLSTVA, VEDY, VÝSKUMU A ŠPORTU SLOVENSKEJ REPUBLIKY

EURÓPSKA ÚNIA

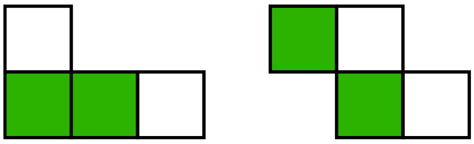
Európsky sociálny fond
Európsky fond regionálneho rozvoja

OPERAČNÝ PROGRAM ĽUDSKÉ ZDROJE

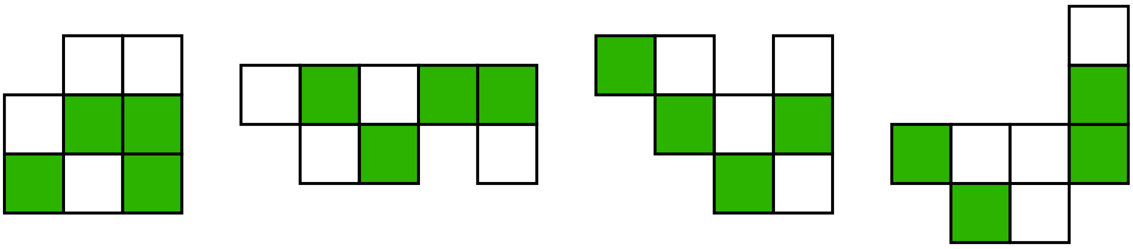
Tento projekt sa realizuje vďaka podpore z Európskeho sociálneho fondu a Európskeho fondu regionálneho rozvoja v rámci Operačného programu Ľudské zdroje.

Úloha 01. Dlaždičky

Veronika dláždila kúpeľňu. Po dláždení jej zostali dva kúsky dlaždíc ako na obrázku.

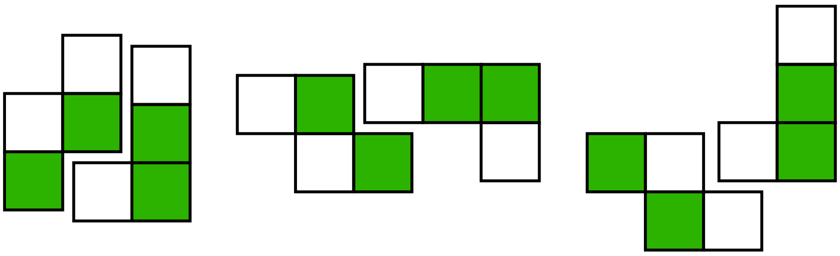


Tieto dva kúsky nejako zlepila. Ktorý z útvarov nemohla dostať?



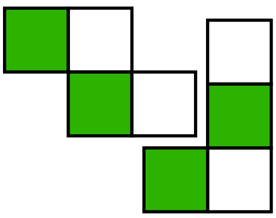
A B C D

<u>Výsledok:</u> C
<u>Riešenie:</u> Útvary A, B a D mohla Veronika dostať, konkrétne takto:



A B D

Útvar C ale môžeme kvôli časti vľavo hore rozdeliť na dva kúsky požadovaného tvaru iba takto:



C

Pritom ale nemá kúsok tvaru obráteného písmena L správne ofarbené štvorčeky. Takže Veronika nemohla dostať útvar C.

Úloha 02. Lukostreľba

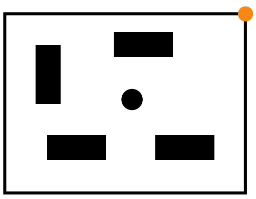
Štyria kamaráti si spravili turnaj v lukostreľbe. Ten prebiehal nasledovne. V každom kole vystrelil každý z nich do terča tromi šípmi. Potom každý sčítal bodové hodnoty oblastí terča, v ktorých skončili šípy, a súčet zapísal do tabuľky. Po troch kolách dostali tabuľku, ktorú vidíš nižšie. Zoraď týchto štyroch kamarátov podľa priemerného počtu bodov za kolo, ktoré získali, od najväčšieho po najmenší.

	Andrea	Beáta	Cyril	Daniela
1. kolo	24	6	12	22
2. kolo	17	19	27	18
3. kolo	17	25	16	21

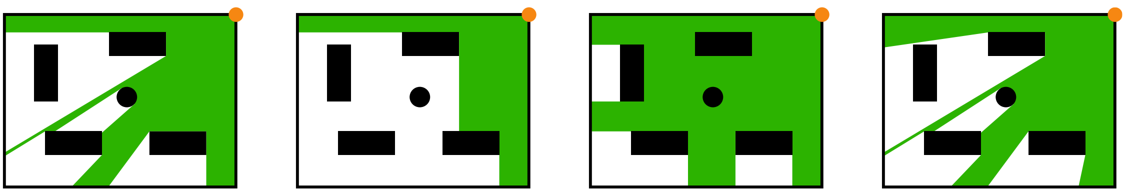
Výsledok: Daniela; Andrea; Cyril; Beáta
Riešenie: Priemerný počet bodov získaný hráčom za kolo zistíme sčítaním všetkých bodov, ktoré hráč získal, a následným vydelením tohto súčtu počtom kôl.
Andrea získala 24 + 17 + 17 = 58 bodov, jej priemer je 58 : 3 ≐ 19,3.
Beáta získala 6 + 19 + 25 = 50 bodov, jej priemer je 50 : 3 ≐ 16,7.
Cyril získal 12 + 27 + 16 = 55 bodov, jeho priemer je 55 : 3 ≐ 18,3.
Daniela získala 22 + 18 + 21 = 61 bodov, jej priemer je 61 : 3 ≐ 20,3.
Takže priemerne za kolo získala najviac bodov Daniela, po nej Andrea, po nej Cyril a najmenej získala Beáta.
Poznámka: Všimni si, že toto poradie by bolo rovnaké aj pre celkový počet získaných bodov. Je to preto, že sme všetky súčty vydelili rovnakým číslom 3. Tým sa nemohlo zmeniť usporiadanie kamarátov.

Úloha 03. Bezpečnosť nadovšetko

Do múzea nainštalovali novú kameru. Zistili však, že aj tak kamera moc toho nevidí. Na obrázku je vyobrazený plánik miestnosti v múzeu.



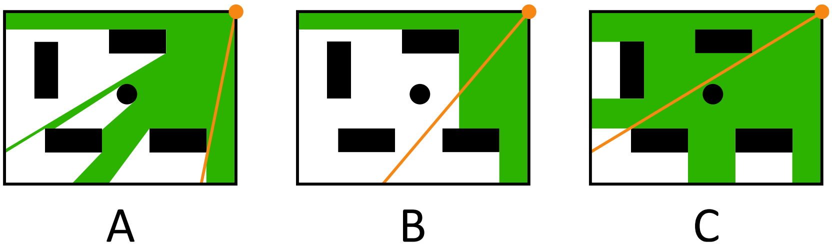
Kamera je umiestnená v oranžovom bode. Čierne objekty reprezentujú steny, respektíve iné prekážky, za ktoré kamera nevidí. Na ktorom z týchto obrázkov je zelenou farbou vyznačená celá časť miestnosti, na ktorú vidí kamera?



A B C D

<u>Výsledok:</u> D

<u>Riešenie:</u> Všetky body, ktoré na kamere vidno, sa dajú spojiť úsečkou s kamerou tak, že na tejto úsečke nebude ležať žiadna prekážka. Ostatné body budú mať na takejto úsečke nejakú prekážku. V možnostiach A, B a C však máme body, ktoré vidno, ale nie sú zahrnuté v zelenej časti. Napríklad niektoré z tých, ktoré sa nachádzajú na zvýraznených úsečkách na tomto obrázku:



Jedine na obrázku D sú vyznačené všetky body, ktoré vieme pospájať takýmito úsečkami, takže časť, ktorú vidí kamera, je vyznačená na obrázku D.

Úloha 04. Zažeň nudu

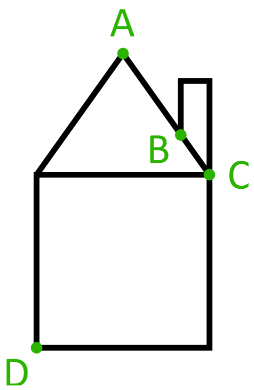
Samko sa nudil, a tak začal dokola písať cifry 1 až 6. Vznikalo tak číslo 123456123... Keď napísal presne 38 cifier, prestalo ho to baviť. Preto už ďalej nepísal a radšej sa nad týmto vzniknutým číslom zamyslel. Ktoré z týchto viet o Samkovom čísle sú pravdivé?
a) Posledná cifra v Samkovom čísle je cifra 2.
b) V Samkovom čísle je cifra 1 použitá presne 6-krát.
c) Súčet cifier Samkovho čísla je 130.
d) V Samkovom čísle je použitých rovnako veľa cifier 3 ako cifier 5.
Poznámka: Pozor! Viac odpovedí môže byť správnych.

<u>Výsledok:</u> a); d)

<u>Riešenie:</u> Samko napísal niekoľko šestíc 123456. Cifier napísal dokopy 38, teda počet cifier, ktoré tvorili šestice 123456 bol najbližší násobok 6 menší ako 38, čo je 36. Šestíc 123456 teda bolo 36 : 6 = 6. Tridsiatou siedmou cifrou sa začala písať nová šestica, teda 37. cifra bola cifra 1 a 38. cifra (posledná) bola cifra 2. Veta a) je tým pádom pravdivá.
V každej šestici 123456 sa každá cifra 1 až 6 vyskytla práve raz, takže dokopy 6-krát. Avšak ako sme už povedali, cifry 1 a 2 boli raz použité aj mimo dokončených šestíc (ako 37. a 38. cifra), teda boli použité dokopy 7 krát. Veta b) je preto nepravdivá. Naopak, cifry 3 a 5 sa obe vyskytovali iba v šesticiach 123456, čiže boli použité rovnako veľa krát. Tým pádom je veta d) pravdivá.
Súčet cifier jednej šestice 123456 je $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 = 21$. Týchto šestíc je dokopy 6, teda súčet cifier v nich je $6 \cdot 21 = 126$. Nesmieme zabudnúť pripočítať spomínané cifry 1 a 2, ktoré sú ako posledné dve cifry. Súčet všetkých cifier je preto $126 + 1 + 2 = 129$, teda veta c) je nepravdivá.
Všetky vety sme si overili a zistili, že pravdivé boli vety a) a d).

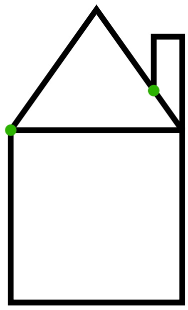
Úloha 05. Jedným ťahom

Peťo si nakreslil obrázok. Páčil sa mu, a tak ho šiel hneď ukázať mladšej sestre Laure. Povedal jej, že obrázok nakreslil jedným ťahom bez toho, aby po niektorej čiare prešiel viackrát. Laura si povedala, že aj ona ten istý obrázok nakreslí jedným ťahom. V ktorom z bodov A až D môže Laura začať, aby sa jej to mohlo podariť?

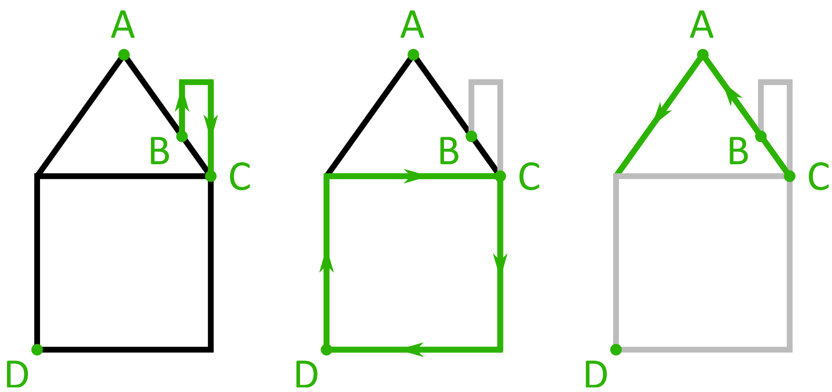


Výsledok: B

Riešenie: Rozmyslime si, kedy sa dá obrázok nakresliť jedným ťahom. Keď počas kreslenia do nejakého bodu vojdeme, tak z neho musíme aj vyjsť. Výnimku tvorí bod, v ktorom začíname, a bod, v ktorom končíme (tieto dva body môžu byť ten istý bod). Z toho vyplýva, že zo všetkých bodov musí vychádzať párny počet úsečiek. To nemusí platiť pre body, kde budeme začínať a končiť – z nich bude vychádzať nepárny počet úsečiek (ak je to ten istý bod, tak aj z neho vychádza párny počet úsečiek). Keď sa pozrieme na Peťov domček, všimneme si, že sú na ňom dva body, z ktorých vychádza nepárny počet úsečiek:



V jednom z nich musíme začať a v druhom z nich skončiť. Jeden z týchto bodov je bod z možnosti B. A skutočne, ak začneme v bode B, tak vieme nakresliť obrázok jedným ťahom:



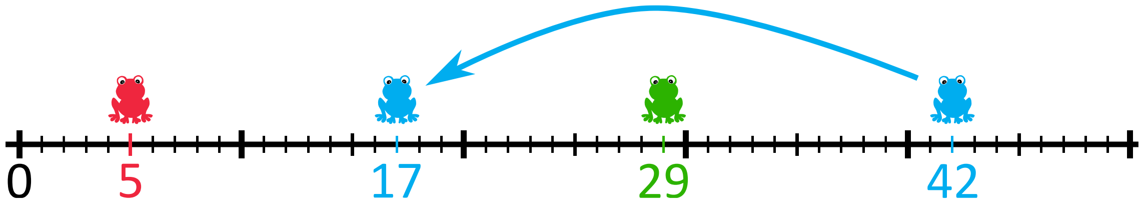
Spomedzi bodov A až D tak Laura musí začať v bode B.

Úloha 06. Skokan roka

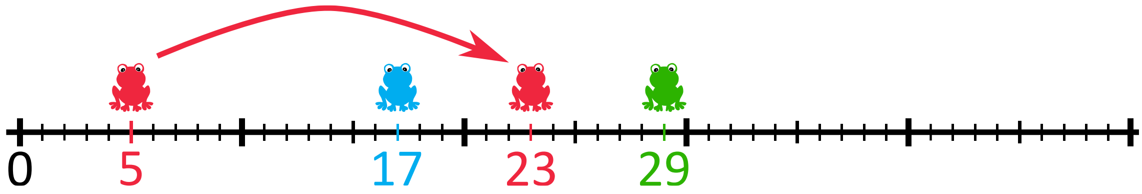
Tri žaby stoja na číselnej osi. Na začiatku stojí červená žaba na čísle 5, zelená žaba na čísle 29 a modrá žaba na čísle 42. Žaby začnú skákať. Najprv modrá žaba preskočí do bodu v strede medzi červenou a zelenou žabou. Potom preskočí červená žaba do bodu v strede medzi zelenou a modrou žabou. Napokon skočí zelená žaba do bodu v strede medzi červenou a modrou žabou. Na akom čísle skončí zelená žaba?

Výsledok: 20

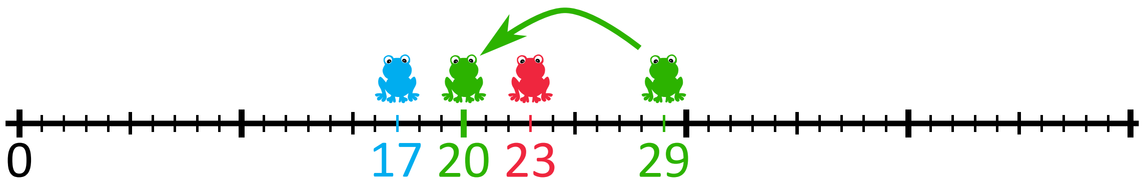
Riešenie: Ak máme nejaké dva body na číselnej osi, tak presne v strede medzi nimi sa nachádza také číslo, ktoré je polovicou súčtu týchto dvoch čísel. Preto pri prvom skoku skočí modrá žaba na číslo (5 + 29) : 2 = 17.



Potom skočí červená žaba na číslo (17 + 29) : 2 = 23.



Napokon skočí zelená žaba na číslo (17 + 23) : 2 = 20.



Zelená žaba tak skončí na čísle 20.

Úloha 07. Jožko a obľúbené čísla

Jožko si vymyslel spôsob, ako veľmi bude obľubovať čísla. Povedal si, že najradšej bude mať prvočísla. Spomedzi ostatných čísel bude mať najradšej párne čísla. Zo všetkých ostatných čísel bude mať najradšej čísla, ktoré majú na mieste desiatok cifru 1. Potom budú všetky ostatné čísla. Zoraď čísla 13, 15, 21 a 24 podľa toho, ako ich Jožko obľubuje. Začni najobľúbenejším.

Výsledok: 13; 24; 15; 21

Riešenie: Jožko má najradšej prvočísla. Z ponúkaných čísel je prvočíslom jedine číslo 13. Z ostávajúcich čísel 15, 21 a 24 má radšej to párne, a to je číslo 24. Zo zostávajúcich čísel má radšej číslo 15, lebo má na mieste desiatok cifru 1. Z uvedených čísel má Jožko najmenej rád číslo 21. Správne poradie je teda 13, 24, 15 a 21.

Úloha 08. Zaheslovaný počítač

Stano si zahesloval svoj počítač. Keď sa chce doň niekto prihlásiť, zobrazia sa mu políčka ako na obrázku a nasledujúci text: „Doplň cifry do prázdnych políčok tak, aby tieto cifry boli zoradené zostupne. Navyše nech platí, že výsledné 6-ciferné číslo je deliteľné súčasne 3 a 4.“
Akú hodnotu bude mať výsledné 6-ciferné číslo?

		6		4	

Výsledok: 876540
Riešenie: Keďže cifry v políčkach majú byť zoradené zostupne, tak v políčku medzi políčkami s ciframi 4 a 6 môže byť jedine cifra 5:

		6	5	4	

Číslo, ktoré je deliteľné 4, musí mať posledné dvojčíslie deliteľné 4. Keďže cifry v políčkach majú byť zoradené zostupne, tak pre posledné dvojčíslia máme možnosti len 40, 41, 42 a 43. Z nich je deliteľné 4 iba dvojčíslie 40. Cifra v poslednom políčku tak bude 0:

		6	5	4	0

Posledné dve cifry určíme z deliteľnosti 3. Číslo je deliteľné 3 práve vtedy, keď je jeho ciferný súčet deliteľný 3. Keďže cifry majú byť zoradené zostupne, tak pre prvé dvojčíslie máme iba možnosti 98, 97 a 87. Pre ne dostávame ciferné súčty:
pre 98: 9 + 8 + 6 + 5 + 4 = 32
pre 97: 9 + 7 + 6 + 5 + 4 = 31
pre 87: 8 + 7 + 6 + 5 + 4 = 30
Vidíme, že ciferný súčet deliteľný 3 dostávame iba pre prvé dvojčíslie 87.

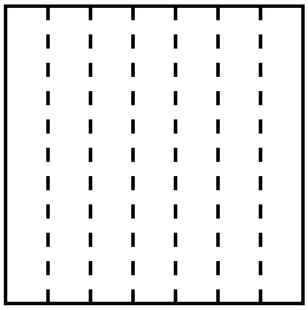
8	7	6	5	4	0

Preto má výsledné 6-ciferné číslo hodnotu 876540.

Úloha 09. Čokoládová torta

Kika napiekla štvorcovú čokoládovú tortu. Chcela by ju nakrájať pre 7 ľudí. Potom natrie polevu na boky týchto kúskov, na každý kúsok rovnako hrubú vrstvu. Kika chce, aby malo všetkých 7 kúskov rovnaké množstvo polevy po svojich bokoch. Vie Kika rozkrájať svoju štvorcovú tortu na 7 kúskov tak, aby to bolo možné?

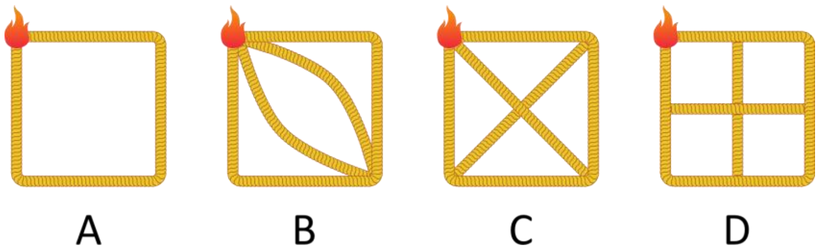
Výsledok: áno
Riešenie: Aby mali všetky kúsky rovnaké množstvo polevy po svojich bokoch, tak musíme rozdeliť štvorcovú tortu na kúsky s rovnakým obvodom pri pohľade zhora. Ak je možné rozdeliť štvorec na 7 rovnakých častí, tak tieto časti budú mať aj rovnaké obvody. Rozdeliť štvorec na 7 rovnakých častí nie je ťažké:



Takže odpoveď je áno, štvorec môžeme rozdeliť na 7 častí s rovnakým obvodom.

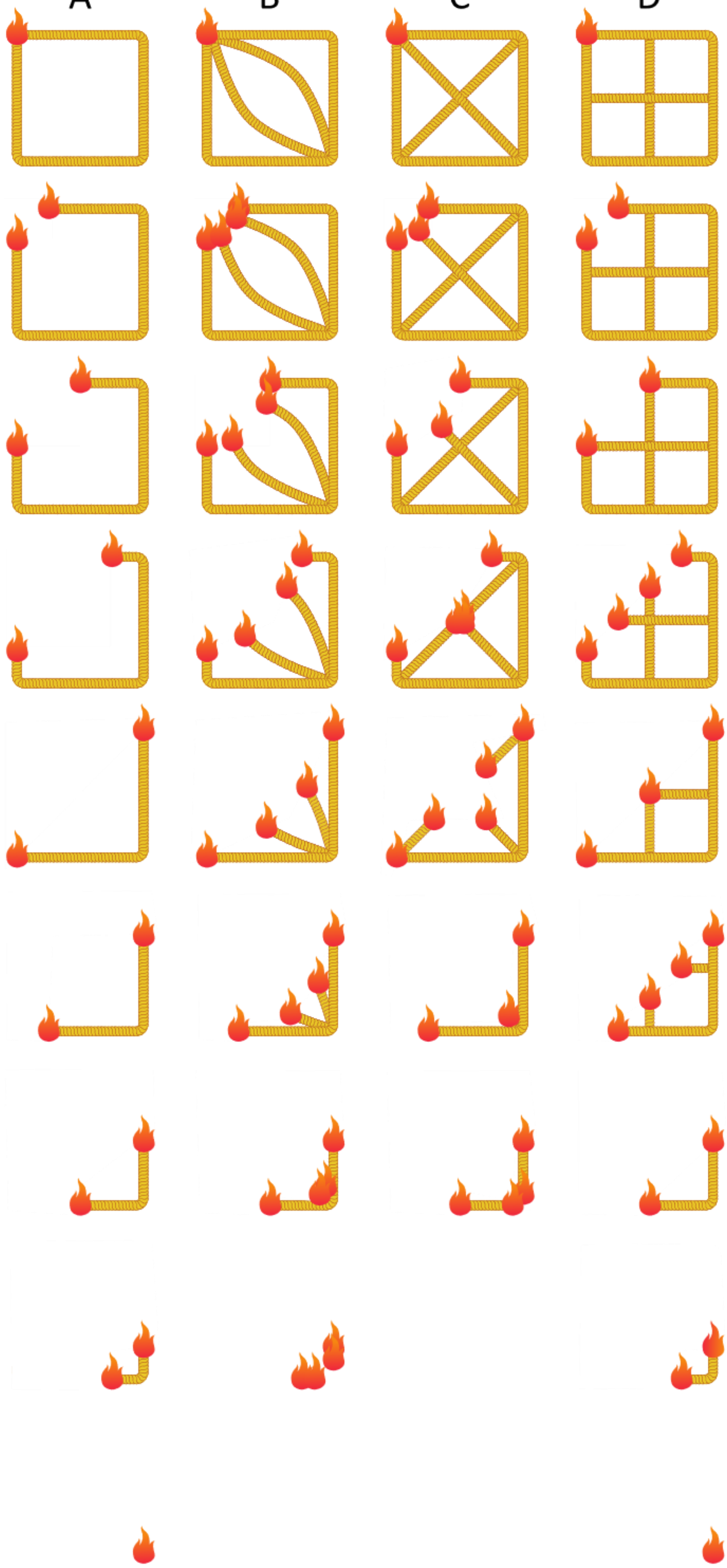
Úloha 10. Horiace laná

Jonka má doma kopu starých lán. Nudila sa, a tak sa rozhodla ich spáliť. Jonka laná zamotala tak ako na obrázku a zapálila v ľavom hornom rohu. Na ktorom obrázku sa nachádza lano, ktoré zhorí ako prvé?



Výsledok: C
Riešenie: Každé z lán dohorí vtedy, keď sa plameň dostane aj na najvzdialenejšie miesto od miesta, kde bolo lano zapálené. Pre každé lano tak potrebujeme nájsť takéto miesto. Potom pre jednotlivé laná porovnáme časy, ako dlho trvá plameňu, kým sa na takéto miesto dostane.
Pre laná v možnostiach A a D je takýmto miestom pravý dolný roh. Pre laná v možnostiach B a C to ale bude kúsok naľavo od pravého dolného rohu (a aj kúsok nahor od tohto rohu). To preto, lebo plameň sa po uhlopriečke, resp. časti kružnice dostane rýchlejšie do opačného rohu ako po obvode štvorca. Potom sa z tohto rohu vydá po obvode smerom k druhému plameňu.
Z toho už vidíme, že laná v možnostiach B a C zhoria rýchlejšie ako v možnostiach A a D. Kým v možnostiach A a D musí plameň prísť úplne až do pravého dolného rohu, v možnostiach B a C mu časom pôjde časť plameňa „naproti“, čo skráti čas horenia.
Zostáva tak už len porovnať, ako dlho budú horieť laná B a C. Keďže uhlopriečka je kratšia ako časť kružnice, tak v prípade C sa plameň rýchlejšie dostane do pravého dolného rohu. Preto sa aj skôr vydá „naproti“ plameňu idúcemu po obvode. Vďaka tomu aj celé lano rýchlejšie dohorí.
Ako prvé teda zhorí lano v možnosti C. Postupné horenie lana možno vidieť aj na tomto obrázku:

A B C D



A B C D

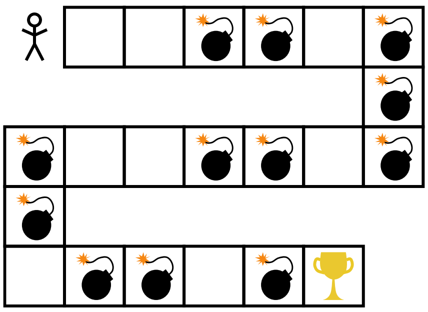
Úloha 11. Korálky od Natálky

Naty má na náhrdelníku niekoľko korálok. Každá z korálok je buď zelená, modrá, oranžová alebo fialová. Keď ich Naty spočítala, zistila, že všetky korálky okrem 6 sú zelené. Taktiež všetky korálky okrem 6 sú modré. Dokonca sú všetky korálky okrem 6 oranžové a tiež všetky korálky okrem 6 sú fialové. Koľko korálok má Naty na svojom náhrdelníku?

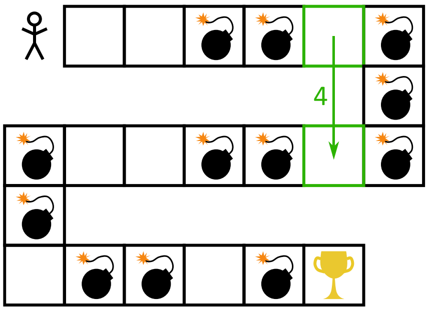
Výsledok: 8
Riešenie: Z prvej podmienky vieme, že modrých, oranžových a fialových korálok je spolu 6. Z druhej podmienky zas máme, že zelených, oranžových a fialových korálok je spolu 6. Ak z oboch týchto šestíc korálok vyhodíme všetky oranžové a fialové korálky, zostane nám v oboch skupinách rovnaký počet korálok. Ale v jednej skupine budú všetky modré korálky a v druhej všetky zelené korálky. Preto musí byť modrých korálok rovnako veľa ako zelených korálok. Ak takýmto spôsobom budeme používať iné dvojice podmienok, dopracujeme sa k tomu, že Naty má na svojom náhrdelníku rovnaký počet korálok z každej farby.
Modrých, oranžových a fialových korálok je spolu 6. Keďže z každej farby ich je rovnako veľa, tak z každej farby sú použité 6 : 3 = 2 korálky.
Všetkých korálok je preto 4 · 2 = 8.

Úloha 12. Netraf bombu

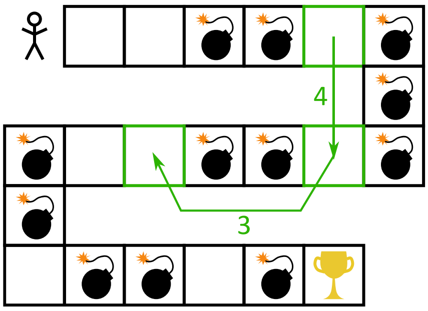
Patrik má novú stolovú hru. Hrá sa na plániku, ktorý vidíš na obrázku. Keď Patrik hodí kockou, tak posunie panáčika o príslušný počet políčok. Ak po posunutí skončí na políčku s bombou, tak prehrá. Ak sa mu ale podarí dostať na políčko s trofejou, tak vyhrá. Patrikovi sa podarilo vyhrať tak, že postupne na kocke hodil každé číslo od 1 do 6. Zoraď čísla 1 až 6 v poradí, v akom Patrikovi padli na kocke.



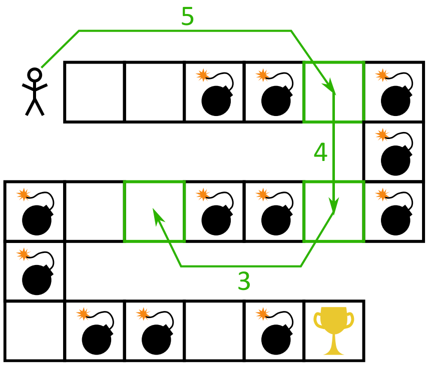
Výsledok: 5; 4; 3; 1; 6; 2
Riešenie: Pozrime sa na úsek s prvými piatimi bombami. Tie sú umiestnené na úseku tvoreného šiestimi políčkami. Na niektorom z týchto políčok musí panáčik skončiť (nemôže preskočiť všetkých šesť, lebo sa posúva o najviac šesť políčok). Len jedno z nich je bezpečné, takže na ňom musí panáčik v nejakom momente skončiť.
Podobne aj za týmto políčkom je úsek šiestich políčok, na ktorých je päť bômb. Aj na jedinom bezpečnom políčku tohto úseku musí panáčik skončiť. Medzi spomínanými políčkami sa panáčik musí pohnúť posunom o 4 políčka:



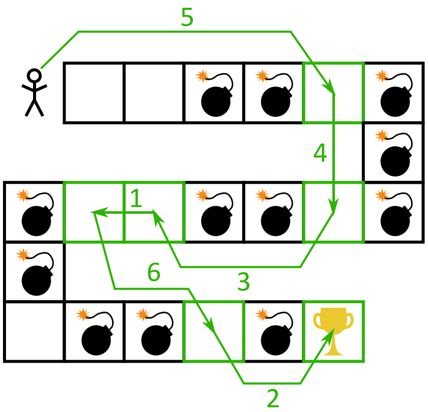
Z druhého spomínaného políčka sa podobným argumentom musí figúrka pohnúť o 3 políčka – o 4 políčka sa už hýbala.



Už máme použité posuny o 3 a 4 políčka. Preto sa na prvé políčko, ktoré sme zatiaľ označili ako to, ktoré použijeme, vieme dostať iba posunom o 5 políčok:



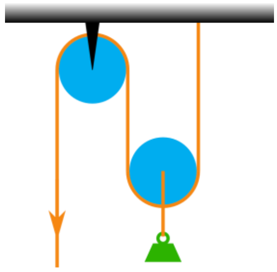
Rovnakými argumentami dostaneme, že posledné tri posuny musia byť o 1, 6 a 2 políčka:



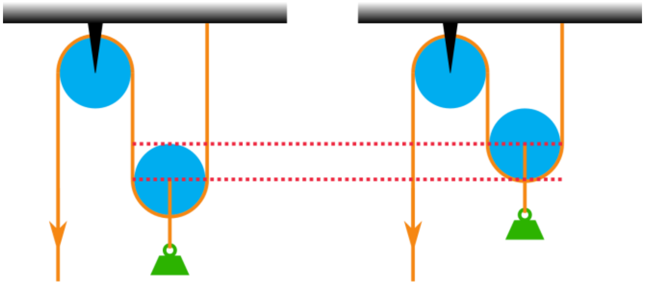
Preto Patrikovi padli čísla na kocke v poradí 5, 4, 3, 1, 6 a 2.

Úloha 13. Bob staviteľ

Bob staviteľ si spravil kladkostroj ako na obrázku. Od radosti potiahol za lano tohto kladkostroja tak, že mu rukami prešlo 80 centimetrov lana. O koľko centimetrov sa zdvihlo závažie?



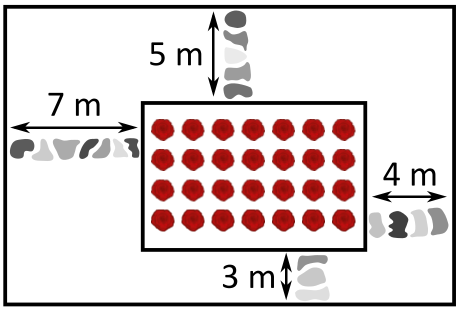
Výsledok: 40
Riešenie: Keď Bob potiahol za lano a kladka so závažím sa zdvihla, tak sa situácia zmenila zhruba ako na obrázku:



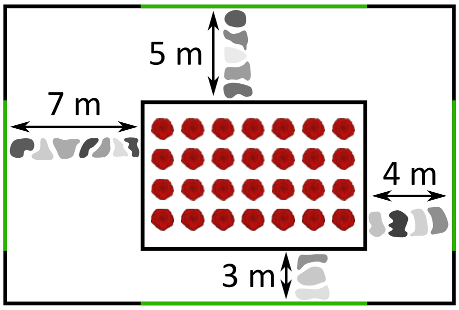
Všimnime si, že časť lana, ktorá bola na ľavom obrázku medzi červenými čiarami, už na pravom obrázku akoby nie je. Pri potiahnutí tak musel Bob potiahnuť lano o takú dĺžku, ako majú tieto dva kúsky lana. Jeden z nich má preto dĺžku 80 cm : 2 = 40 cm. Červené čiary prechádzajú stredmi kladiek so závažím pred a po posunutí, takže ich vzdialenosť predstavuje to, o koľko sa posunula kladka aj spolu so závažím. Lenže kúsky lana medzi červenými čiarami majú dĺžku 40 cm, a tak sú červené čiary vzdialené 40 cm.
Z toho už vieme povedať, že kladka sa aj spolu so závažím zdvihla o 40 cm.

Úloha 14. Ružová záhrada

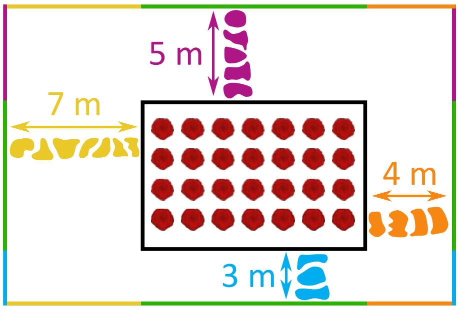
Kika opäť oplocuje záhradu. Tentoraz sa nevie rozhodnúť, či má postaviť plot okolo celej záhrady, alebo len okolo ružového záhonu. Ružový záhon má tvar obdĺžnika, ktorého strany sú rovnobežné so stranami záhrady, ktorá má tiež tvar obdĺžnika. Od ružového záhonu idú k okraju Kikinej záhrady štyri chodníčky z kameňov. Tie majú postupne dĺžky 7 m, 5 m, 4 m a 3 m ako na obrázku. O koľko metrov pletiva viac potrebuje Kika na oplotenie celej záhrady ako na oplotenie ružového záhonu?



Výsledok: 38
Riešenie: Niektoré časti obvodu záhrady sú rovnako dlhé ako jednotlivé strany ružového záhonu. Jedná sa o zelené časti na tomto obrázku:



Zvyšné časti obvodu záhrady tvoria to, o koľko viac pletiva potrebuje Kika na oplotenie záhrady ako na oplotenie ružového záhonu. Ich celková dĺžka nás teda zaujíma. Jednotlivé úsečky sú ale rovnako dlhé ako niektoré chodníky. Na tomto obrázku sú úsečky vyznačené rovnakými farbami ako príslušné chodníky:



Z toho už vieme vypočítať, že Kika použije na oplotenie záhrady o $2 \cdot (7\text{ m} + 5\text{ m} + 4\text{ m} + 3\text{ m}) = 38\text{ m}$ pletiva viac.

Úloha 15. Otázka z kalendára

Domča v nejaký deň vyhlásila: „Ak bol včera pondelok, streda alebo piatok, tak zajtra bude sobota alebo nedeľa.“ Počas koľkých dní v týždni mohla pravdivo povedať túto vetu?

Výsledok: 5
Riešenie: Domčin výrok má tvar „ak... tak“. Takéto niečo je nepravdivé iba v prípade, ak je prvá časť pravdivá, no druhá časť nie je (v prípade, ak je prvá časť nepravdivá, tak druhá časť môže byť akákoľvek). Prvá časť tohto výroku, veta „včera bol pondelok, streda alebo piatok“, je pravdivá v utorok, štvrtok a sobotu. Z týchto dni je druhá časť, veta „zajtra bude sobota alebo nedeľa“, pravdivá len v sobotu. V utorok a štvrtok teda celá veta nie je pravdivá. Vo zvyšné dni ale pravdivá je. Domča preto mohla povedať vetu zo zadania počas 5 dní v týždni.

Úloha 16. Patrik nie je nula

Patrik si na tabuľu napísal niekoľko čísel – dve dvojky, tri trojky, päť pätiek, sedem sedmičiek a jedenásť jedenástok. Potom ich všetky spolu vynásobil. Všimol si, že dostal číslo, ktoré sa končilo niekoľkými nulami. Patrika však zaujala cifra, ktorá bola pred týmito nulami. Aká bola posledná cifra Patrikovho čísla, ktorá bola rôzna od nuly?
Poznámka: Posledná cifra čísla 123000 rôzna od nuly je cifra 3.

Výsledok: 5
Riešenie: Najprv sa zbavme núl na konci Patrikovho čísla. Nuly na konci sa zbavíme tým, že číslo vydelíme číslom 10. To má rovnaký efekt, ako keby sme Patrikovi zmazali z tabule jednu dvojku a jednu päťku. Keďže dvojky mal Patrik na tabuli iba dve, tak toto vieme spraviť iba dvakrát. Potom zostanú Patrikovi na tabuli tri trojky, tri päťky, sedem sedmičiek a jedenásť jedenástok. Súčin týchto čísel už nebude končiť nulou. Avšak bude to číslo deliteľné 5, takže jeho posledná cifra musí byť cifra 5. To je ale zároveň posledná cifra pôvodného Patrikovho čísla rôzna od nuly. Posledná cifra Patrikovho čísla, rôzna od nuly, je preto cifra 5.

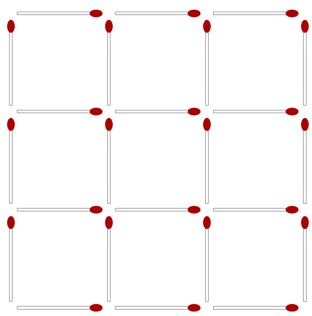
Úloha 17. Dávaj pozor na prechode

Maťko má veľký strach – strach z prechodu cez desiatku. Preto sčituje len čísla, pri ktorých sčítavaní nedochádza k prechodu cez desiatku. Maťko chce pričítať nejaké štvorciferné číslo k číslu 2022 tak, aby pri ich sčitovaní nedošlo k prechodu cez desiatku. Koľko štvorciferných čísel má Maťko na výber na pričítavanie? Poznámka: Štvorciferné číslo nemôže mať na mieste tisícok cifru 0.

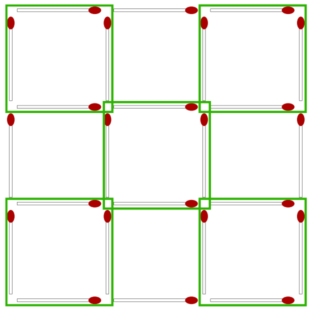
Výsledok: 4480
Riešenie: Pozrime sa na jednotlivé cifry. Štvorciferné čísla, ktoré môžeme pričítať k číslu 2022, môžu mať na mieste jednotiek iba cifry menšie ako 8 (teda 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7). Ak by totiž na tomto mieste mali cifru 8 alebo väčšiu, došlo by k prechodu cez desiatku. Existuje teda 8 možností pre cifru na mieste jednotiek. Rovnakou úvahou vieme zistiť, že existuje 8 možností pre cifru na mieste desiatok (0 až 7), 10 možností pre cifru na mieste stoviek (0 až 9) a 7 možností pre cifru na mieste tisícok (1 až 7).
Chceme zistiť, koľko existuje štvorciferných čísel, ktoré môže Maťko použiť. Pre nájdenie tohto počtu musíme všetky možnosti pre všetky miesta spolu vynásobiť: $8 \cdot 8 \cdot 10 \cdot 7 = 4480$. Násobíme preto, lebo chceme každú možnú cifru na mieste tisícok skombinovať s každou možnou cifrou na mieste stoviek a tak ďalej. Maťko má teda na výber 4480 štvorciferných čísel.

Úloha 18. Farebné zápalky

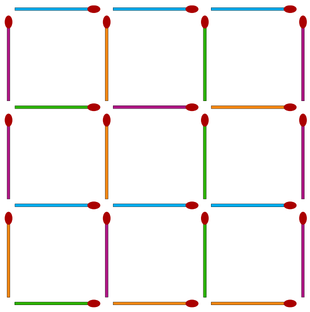
Miška má zápalky 4 farieb – modré, oranžové, zelené a fialové. Chce z nich poskladať mriežku 3 × 3 ako na obrázku. Chce to však spraviť tak, aby v každom malom štvorčeku tejto mriežky boli použité zápalky všetkých štyroch farieb. Lenže zelených zápaliek má Miška už málo, a tak by nimi chcela šetriť. Koľko najmenej zelených zápaliek musí Miška použiť na poskladanie mriežky?



Výsledok: 5
Riešenie: Spomedzi zápaliek môžeme vybrať 5 štvorčekov, ktoré nemajú žiadne spoločné zápalky:



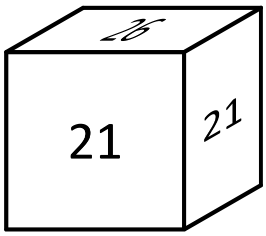
V každom z týchto štvorčekov musí byť aspoň 1 zelená zápalka. Všetkých zelených zápaliek tak musí byť aspoň 5.
Na druhej strane vieme zvoliť farby zápaliek tak, aby sme použili iba 5 zelených zápaliek:



Takže Miška použije najmenej 5 zelených zápaliek.

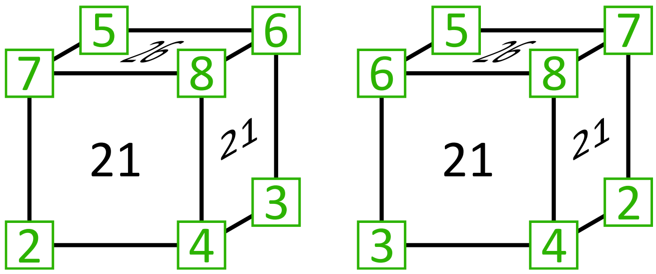
Úloha 19. Polepená kocka

Kubo vyhrabal na povale starú drevenú kocku a osem nálepiek s číslami od 1 do 8. Od radosti nalepil nálepky na vrcholy drevenej kocky, na každý vrchol jednu. Potom pre niektoré steny kocky spočítal súčet čísel vo vrcholoch prislúchajúcich danej stene a napísal ho na túto stenu. Dostal súčty ako na obrázku. Aké číslo je napísané na nálepke na vrchole, ktorý na obrázku nevidno?



Výsledok: 1
Riešenie: Keď sčítame čísla na štyroch nálepkách s najväčšími číslami, dostaneme súčet $8 + 7 + 6 + 5 = 26$. Na hornej stene Kubovej kocky preto musíme použiť zrovna tieto štyri nálepky – ak by sme totiž použili nejakú nálepku s nižším číslom, dostali by sme menší súčet.
Do súčtu čísel na prednej stene sa tak budú započítavať dve z čísel 5 až 8 a dve z čísel 1 až 4, ktoré budú v nejakom poradí na spodnej stene. Najväčší súčet, ktorý takto vieme dostať, je súčet $8 + 7 + 4 + 3 = 22$. Niektoré z čísel preto musíme zmenšiť o 1. Takže súčet 21 vieme dosiahnuť dvomi spôsobmi: $8 + 7 + 4 + 2$ a $8 + 6 + 4 + 3$. V rovnakej situácii ako pre prednú stenu sme v prípade pravej steny. Na jednej stene tak musíme použiť jeden spôsob, ako dosiahnuť súčet 21, a na druhej strane ten druhý.

V spoločnom vrchole pre všetky tri steny ale určite musí byť nálepka s číslom 8 a pod ňou nálepka s číslom 4. Podľa toho, ktorý spôsob získania súčtu 21 na ktorej stene použijeme, máme dve možnosti ponalepovania zvyšných nálepiek:



V oboch prípadoch ale platí, že číslo na nálepke vo vrchole, ktorý nevidno, je číslo 1.

Úloha 20. Vypálené žiarovky

Do mesta prišli kolotoče. Maja na nich najviac zaujala svietiaca reťaz. Na nej bolo v rade umiestnených 10 žiaroviek, z ktorých niektoré svietili a niektoré boli zhasnuté. Majo si všimol, že žiadne dve zhasnuté žiarovky spolu nesusedili. Koľkými spôsobmi mohli svietiť žiarovky na reťazi?

Výsledok: 144
Riešenie: Ak prvá žiarovka svieti, tak zvyšných 9 žiaroviek môže svietiť ľubovoľne tak, aby bola splnená podmienka o nesvietiacich žiarovkách. Ak je prvá žiarovka zhasnutá, tak druhá žiarovka musí svietiť a zvyšných 8 žiaroviek môže svietiť ľubovoľne tak, aby opäť bola splnená podmienka o zhasnutých žiarovkách. Takže počet možností, ako dostať požadovanú reťaz zloženú z 10 žiaroviek, je súčtom možností, ako takú reťaz dostať pomocou 8 a pomocou 9 žiaroviek.
Rovnako to platí pre ľubovoľný počet žiaroviek. Počet možností, ako dostať reťaz zloženú z niekoľkých žiaroviek, je súčtom počtu možností ako dostať reťaz, pričom použijeme o 1, resp. o 2 žiarovky menej. Pre reťaz zloženú z jednej žiarovky máme 2 možnosti, pre reťaz zloženú z dvoch žiaroviek máme 3 možnosti. Počet možností pre ostatné počty žiaroviek dostaneme z vlastnosti z predošlého odseku:
Pre 3 žiarovky máme 2 + 3 = 5 možností.
Pre 4 žiarovky máme 3 + 5 = 8 možností.
Pre 5 žiaroviek máme 5 + 8 = 13 možností.
Pre 6 žiaroviek máme 8 + 13 = 21 možností.
Pre 7 žiaroviek máme 13 + 21 = 34 možností.
Pre 8 žiaroviek máme 21 + 34 = 55 možností.
Pre 9 žiaroviek máme 34 + 55 = 89 možností.
Pre 10 žiaroviek máme 55 + 89 = 144 možností.
Žiarovky na reťazi tak mohli svietiť 144 spôsobmi.