Ahojte,

držíte v rukách zbierku úloh a vzorových riešení Matboja 2026.
Matboj 2026 je matematická súťaž pre žiakov piateho až ôsmeho ročníka základných škôl a prímy až tercie osemročných gymnázií. Súťaž organizuje nezisková organizácia P-MAT, n. o., ktorá organizuje aj korešpondenčné semináre Pikomat, Pikofyz a Terabio a iné jednodňové súťaže – Pikopretek, Attomat a Attoved.

Štvorčlenné tímy žiakov sú rozdelené do štyroch súťažných kategórií – 5, 6, 7 a 8.
Súťaž prebieha 120 minút, počas ktorých sa súťažiaci snažia vyriešiť čo najviac úloh. Okrem toho dostanú za každú správne vyriešenú úlohu jeden ťah v strategickej hre, ktorú tímy počas súťaže hrajú. Konečné poradie tímov teda neovplyvňuje len počet vyriešených úloh, ale aj to, ako dobre sa im v tejto hre darilo.

Táto súťaž je zameraná na zlepšenie logického myslenia, matematického uvažovania a práce v tíme, no predovšetkým na možnosť objaviť radosť z matematiky. Vytvorili sme túto zbierku úloh, aby žiaci, ktorých úlohy zaujali, mali možnosť znova si ich preriešiť, poprípade si prečítali vzorové riešenia, z ktorých sa dá veľmi veľa naučiť, aj keď úlohu vyriešili správne. Taktiež môže slúžiť ako inšpirácia pre učiteľov na čerpanie netradičnejších úloh na hodiny matematiky.

Želáme Vám príjemné riešenie a veľa nových poznatkov!

Vaši organizátori

Úloha 01. *Terka si postupne píše na papier čísla. Robí to podľa nasledujúcich pravidiel:*
- Ak bolo posledné napísané číslo párne, tak na papier napíše polovicu tohto čísla.
- Ak bolo posledné napísané číslo nepárne, tak na papier napíše trojnásobok tohto čísla zväčšený o 1.
Na začiatok Terka napísala na papier číslo 7. Ktoré číslo bude na papieri napísané dvakrát?

Výsledok: 4
Riešenie: Vypíšme si postupne čísla, ktoré Terka napíše:
7, 22, 11, 34, 17, 52, 26, 13, 40, 20, 10, 5, 16, 8, 4, 2, 1, 4, ...
Vidíme, že ako prvé sa zopakovalo číslo 4.

Úloha 02. *Na Neptúne funguje zálohovanie plastových fliaš rovnako ako u nás na Slovensku. Ku každej zakúpenej fľaši sa pripočíta záloha 0,15 €, ktorá sa zákazníkovi vráti, keď fľašu príde vrátiť do predajne. Miro si kupuje svoju obľúbenú vesmírnu žbrndu vo fľaši. Tá stojí 0,85 €, takže po pripočítaní zálohy stojí presne 1 €. Minule si Miro kúpil zásobu tejto žbrndy tak, že za všetky fľaše spolu zaplatil 100 €. Keď všetky fľaše vypil, vrátil ich a za vrátenú zálohu si kúpil ďalšie fľaše. Toto opakoval dovtedy, kým sa to dalo. Koľko fliaš si Miro celkovo kúpil?*

Výsledok: 117
Riešenie: Za 100 € si Miro kúpil 100 fliaš, keďže jedna stojí 1 €. Keď fľaše zálohoval, tak získal 100 × 0,15 € = 15 €. Z toho si kúpil 15 € : 1 € = 15 fliaš. Keď tie zálohoval, tak získal 15 × 0,15 € = 2,25 €, za čo si mohol kúpiť už len 2 fľaše a ostalo mu 0,25 €. Keď tieto posledné 2 fľaše vrátil, tak zo zálohy získal už len 0,30 €. V zásobe mal ešte 0,25 € z minulého vrátenia, teda dokopy má 0,55 €, za čo si už ďalšie fľaše nekúpi. Teraz stačí iba sčítať počty nakúpených fliaš a vyjde nám 117.

Úloha 03. *Ninka a Miško chceli zobrať do vesmíru niekoľko papagájov a niekoľko korytnačiek.*
Ninka povedala: „Vezmeme toľko zvierat, aby súčet ich hláv bol 16. A počet zvieracích nôh 58."
Miškov názor bol: „Urobíme to tak, že zoberieme zvieratá, ktoré majú dokopy 14 hláv. A taktiež 44 zvieracích nôh."
Napokon sa dohodli, že vyhovejú jednej žiadosti od Ninky a jednej žiadosti od Miška. Koľko korytnačiek a koľko papagájov zobrali?

Výsledok: 6 korytnačiek a 10 papagájov
Riešenie: Ak by sme splnili Miškovu žiadosť, aby mali zvieratká dokopy 14 hláv, najviac nôh by mohli mať 14 × 4 = 56. To by bolo vtedy, keby zobral samé korytnačky - ale ani to nestačí na splnenie Ninkinej žiadosti, aby mali dokopy 58 zvieracích nôh.

Tým pádom musíme splniť Ninkinu žiadosť, aby mali 16 hláv, a Miškovu, aby mali 44 nôh. V tomto prípade môže mať najmenej 32 nôh - ak bude všetkých 16 zvierat papagájov. Stále nám však treba pridať ešte 12 nôh. To urobíme tak, že 6 z týchto zvierat bude korytnačiek, ktoré majú o dve nohy viac ako papagáji.

Korytnačiek bude 6 a papagájov tak bude 16 − 6 = 10.

Úloha 04. *Maťo si píše kriedou po Mesiaci. Keď napísal slovo MAMA, skrátila sa krieda o 22 mm. Keď napísal slovo MATO, skrátila sa o 16 mm. Keď napísal slovo TATO, skrátila sa o 12 mm. Keď napísal slovo TAM, skrátila sa o 13 mm. O koľko milimetrov sa skráti krieda, keď Maťo napíše na Mesiac slovo TOMATO?*

<u>Výsledok:</u> 21 mm

<u>Riešenie:</u> Keď Maťo napíše slovo MATO, tak akoby napísal celé slovo TAM a navyše napísal písmeno O. Po napísaní písmena O sa teda krieda skráti o 16 mm − 13 mm = 3 mm. Keď napíše slovo MAMA, tak dvakrát napíše M aj A. Ak by ich napísal iba raz, skrátila by sa krieda o 22 mm : 2 = 11 mm. Ak však k týmto dvom písmenám pripíše písmeno T, tak už napíše písmená slova TAM. Po napísaní písmena T sa teda skráti krieda o 13 mm − 11 mm = 2 mm.

Teraz už vieme v slove TATO dopočítať, ako sa skráti krieda po napísaní písmena A. Konkrétne o 12 mm − 2 mm − 2 mm − 3 mm = 5 mm. Napokon napríklad zo slova TAM určíme, ako sa skráti krieda pri napísaní písmena M. Vyjde nám skrátenie o 13 mm − 2 mm − 5 mm = 6 mm.

Zostáva už len určiť skrátenie po napísaní slova TOMATO. To bude 2 mm + 3 mm + 6 mm + 5 mm + 2 mm + 3 mm = 21 mm.

Úloha 05. *Na Marse je mesto s veľmi dlhou ulicou. Na jednej strane ulice sú postupne domy, ktorých čísla sú násobky čísla 3. Od začiatku ulice sú teda domy s číslami 3, 6, 9, 12, 15, ... Na druhej strane sú potom v rovnakých rozostupoch všetky ostatné čísla. Postupne sú tam teda domy s číslami 1, 2, 4, 5, 7, ... Takže napríklad oproti domu s číslom 5 sa nachádza dom s číslom 12. Aké číslo má dom, ktorý sa nachádza oproti domu s číslom 2026?*

<u>Výsledok:</u> 4053

<u>Riešenie:</u> Číslo 2026 nie je deliteľné tromi (môžeme si to overiť jeho ciferným súčtom 2 + 2 + 6 = 10), takže dom s týmto číslom sa nachádza na druhej strane ulice. Potrebujeme zistiť, koľký v poradí je. Na druhej strane sú domy so všetkými číslami okrem tých, ktoré sú deliteľné tromi. Od čísla 2026 teda odčítame počet násobkov 3 menších ako 2026. Každé tretie číslo je násobkom 3, takže vydelíme 2026 tromi 2026 : 3 = 675 zv. 1 a tým zistíme, že počet násobkov 3 menších ako 2026 je 675. Odčítame 2026 - 675 = 1351, čím zistíme, že tento dom je 1351. v poradí na druhej strane. Dom na prvej strane oproti nemu bude mať číslo 1351 × 3 = 4053.

Úloha 06. *Patrik doniesol kamarátovi mimozemšťanovi hnedú drevenú kocku. Predtým, ako mu ju dal, ju nafarbil na fialovo. Minul na to 60 gramov fialovej farby. Mimozemšťanovi sa však kocka zdala príliš veľká, a tak ju rozrezal na niekoľko rovnako veľkých kocočiek. Potom sa mu ale nepáčilo, že niektoré steny kocočiek sú fialové a niektoré hnedé. Preto zafarbil všetky hnedé steny na fialovo. Minul pri tom 300 gramov farby. Na koľko malých kocočiek mimozemšťan rozrezal veľkú kocku?*

<u>Výsledok:</u> 216

<u>Riešenie:</u> Ak veľkú kocku rozrežeme vodorovne na niekoľko (N) vrstiev kocočiek, budeme mať N-krát väčšiu plochu vodorovných stien (teda ak by sme veľkú kocku rozrezali napríklad na 4 vrstvy, tak máme zrazu 4 horné a 4 dolné steny). To isté platí aj o rezaní v predo-zadnom smere, aj o rezaní v horno-dolnom smere. Navzájom sa rezy v iných smeroch neovplyvňujú - akurát sa väčšia stena rozdelí na viac menších, ale celková plocha sa nezmení.

Pri rozrezaní na N × N × N kocočiek bude v každom smere N vrstiev, a teda budeme potrebovať N-krát viac farby. Keďže Patrik potreboval 60 gramov a dokopy s mimozemšťanom potrebovali 300 + 60 = 360 g farby, tak to znamená, že v každom smere bola veľká kocka rozdelená na 360 : 60 = 6 vrstiev.

Malých kocočiek preto bolo 6 × 6 × 6 = 216

Úloha 07. *Na planéte Neptún sú dve malé krajiny - Patford a Sestingham. Počas nedávneho sčítania ľudu zistili, že počet obyvateľov v každej z týchto krajín je číslo, ktoré vo svojom zápise obsahuje iba cifry 0 a 1. Navyše, počet obyvateľov Patfordu je päťciferné číslo deliteľné 5 a počet obyvateľov Sestinghamu je šesťciferné číslo deliteľné 6. Dokonca, celkový* *počet obyvateľov v oboch týchto krajinách je deliteľný 300 a na mieste tisícok má cifru 1. Koľko obyvateľov žije v oboch krajinách dokopy?*

Výsledok: 121200

Riešenie: Počty obyvateľov jednotlivých miest sú čísla zložené iba z cifier 0 a 1. Ak sčítame dve takéto čísla, dostaneme číslo, ktoré môže obsahovať iba cifry 0, 1 a 2. Navyše, pri sčítavaní nedôjde k žiadnemu prechodu cez desiatku.
Celkový počet obyvateľov je deliteľný 300, čo znamená, že je deliteľný aj 100, a preto sa musí končiť dvomi nulami. Tieto nuly vedeli vzniknúť iba tak, že aj počty obyvateľov jednotlivých miest sa končili dvomi nulami.
Teraz zdôvodníme, že počet obyvateľov Patfordu je deliteľný tromi. Tento počet obyvateľov vieme vyjadriť ako rozdiel celkového počtu obyvateľov a počtu obyvateľov Sestinghamu. Obe tieto čísla sú však deliteľné 3 (celkový počet obyvateľov je deliteľný 300, takže aj 3; počet obyvateľov Sestinghamu je deliteľný 6, takže aj 3), preto je aj ich rozdiel deliteľný číslom 3. Počet obyvateľov Patfordu preto musí spĺňať kritérium deliteľnosti číslom 3 - súčet cifier musí byť deliteľný 3. Tento počet obyvateľov je päťciferné číslo, ktoré sa končí dvomi nulami, takže do súčtu cifier sa už môžu započítavať iba cifry na mieste stoviek, tisícov a desaťtisícov. Aby mali súčet, ktorý je násobkom 3, musia byť všetky tieto cifry rovné 1. Počet obyvateľov Patfordu je preto 11100.
Zamerajme sa teraz na cifry na mieste tisícok. Počet obyvateľov Patfordu aj celkový počet obyvateľov tam majú jednotku. Počet obyvateľov Sestinghamu tak musí mať na mieste tisícok nulu. V počte obyvateľov Sestinghamu tak zostanú už len tri miesta, kde môže byť nenulová cifra (na mieste stoviek, desaťtisícov a stotisícov). Aby sme splnili kritérium deliteľnosti 3, musia byť všetky tieto cifry jednotky. To znamená, že počet obyvateľov Sestinghamu je 110100.
Zostáva spočítať celkový počet obyvateľov, ktorý je 11100 + 110100 = 121200.

Úloha 08. *Na planéte sme objavili zaujímavých mimozemšťanov, ktorí vychádzajú von v trojdňových intervaloch. Prvý deň vychádza von o 6 mimozemšťanov menej ako v druhý a tretí deň dokopy. Druhý deň vychádza von o 10 mimozemšťanov menej ako v prvý a tretí deň dokopy. Koľko mimozemšťanov vychádza von v tretí deň?*

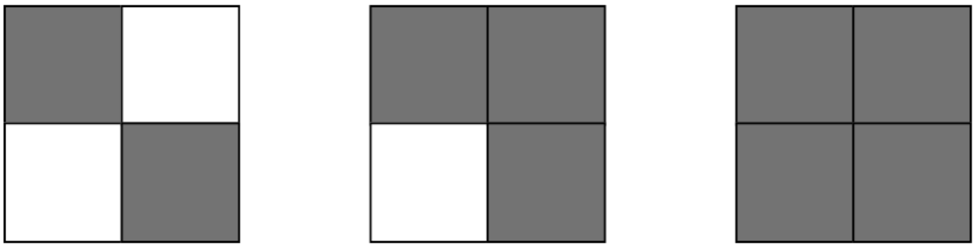
Výsledok: 8

Riešenie: Ak od súčtu počtov mimozemšťanov, ktorí vychádzajú von druhý a tretí deň, odčítame 6, dostaneme počet mimozemšťanov, ktorí vychádzajú von v prvý deň. Ak od súčtu počtov mimozemšťanov, ktorí vychádzajú von prvý a tretí deň, odčítame 10, dostaneme počet mimozemšťanov, ktorí vychádzajú von v druhý deň. Ak teda sčítame počty mimozemšťanov za prvý a druhý deň, bude to rovnako veľa, akokeby sme sčítali počty za druhý a tretí deň, od toho odčítali 6 a pripočítali počty za prvý a tretí deň a od toho odčítali 10. Všimnime si, že sme vlastne sčítali prvý deň, druhý deň, dvakrát tretí deň a odčítali dokopy 16. Týmto spôsobom nám má vyjsť rovnaké číslo, akokeby sme iba sčítali počty mimozemšťanov za prvý a druhý deň. To znamená, že pripočítaním dvakrát tretieho dňa a odčítaním 16 sa nič nezmení. Z toho vyplýva, že dvakrát počet za tretí deň je rovný 16, teda v tretí deň vyšlo von 16 : 2 = 8 mimozemšťanov.

Úloha 09. *Astronauti si chceli počas cesty za hviezdami skrátiť čas stavaním stavieb z kociek. Keďže leteli vo vesmíre, boli v beztiažovom stave a kocky mohli aj levitovať. Koľko možností postavenia stavby z kociek majú, ak chcú, aby jej pohľad zboku, zhora a spredu vyzerali ako štvorec 2 × 2?*

Výsledok: 35

<u>Riešenie:</u> Na začiatku budeme riešiť iba jedno poschodie stavby. Teda tak, že pohľad z boku a spredu vyzerá ako 1 × 2, no zvrchu to môže vyzerať hocijako, ten vyriešime druhým poschodím. Aby sedel bokorys a nárys môžu byť takéto možnosti:



1. 2. 3.

Dajú sa otočiť, teda prvá možnosť 2-krát a druhá 4-krát, teda máme 7 možností na poschodie. Potrebujeme, aby aj na druhom poschodí bola nejaká taká možnosť a zároveň, aby sedel pôdorys. Ak na prvom poschodí bude prvá možnosť, tak nad voľnými políčkami musí byť nejaké políčko. Teda na druhom poschodí môže byť jedno otočenie prvej možnosti, dve druhej možnosti a jedno tretej možnosti. Ak to je druhá možnosť, tak na druhom poschodí vie byť jedno otočenie prvej možnosti, tri druhej možnosti, a jedno tretej možnosti. Ak na prvom poschodí je tretia možnosť tak na druhom poschodí može byť ľubovolná možnosť, teda vie byť 7 možností. Celkovo je možností 2 × (1 + 2 + 1) + 4 × (1 + 3 + 1) + 1 × 7 = 35.

Úloha 10. *Astronóm Dominik dnes po príchode do práce o 6:30 sledoval schody v nekonečne vysokej budove oproti. Táto budova má na každom poschodí počet kancelárií rovný číslu poschodia (napr. na druhom poschodí sú dve kancelárie) a každá kancelária má 35 miest. Budova sa otvorila o 6:45 a každú minútu do nej na 0. poschodie vošlo 78 ľudí. Ľudia sa vždy usadili na najbližšie voľné miesto, teda prvých 35 ľudí sa usadilo na prvom poschodí, ľudia, čo prišli neskôr, sa usadili na druhom poschodí, a tak ďalej. O 7:20 v budove vypukol požiar a všetci ľudia museli vyjsť von. Koľko poschodí zišli počas evakuácie všetci dokopy v súčte?*

<u>Výsledok:</u> 22750

<u>Riešenie:</u> Ľudia začali prichádzať do budovy 35 minút pred evakuáciou. Prišlo ich tam 35 · 78, teda išli do 35 · 78 : 35 = 78 kancelárií (keďže jedna kancelária má 35 miest). Teraz si môžeme všimnúť, že 78 je súčet čísel od 1 do 12, teda je zaplnených 12 poschodí. Teraz sa pozrime na to, aký je súčet poschodí pre jednotlivé kancelárie: 1 × 1 + 2 × 2 + 3 × 3 + ... + 11 × 11 + 12 × 12 = 1 + 4 + 9 + 16 + 25 + 36 + 49 + 64 + 81 + 100 + 121 + 144 = 650. Úloha sa pýta na počet poschodí, ktoré prešli ľudia, teda to je 650 × 35 = 22750.

Úloha 11. *Majo počas prvých olympijských hier na Uráne sledoval skoky na lyžiach. Zaujal ho bodovací systém. Hodnotia sa v ňom nasledujúce tri zložky:*
- Za dĺžku skoku získa skokan body nasledovne: Ak skočí 98 metrov, dostane 60 bodov. Za každých 0,5 m navyše dostane skokan 1 bod navyše.
- Za štýl skoku dostane skokan známky od piatich rozhodcov. Najlepšia a najhoršia z nich sa škrtne (ak je takých viac, tak sa škrtne ktorákoľvek z nich). Zvyšné tri známky sa sčítajú, a to sú body za štýl.
- Za vietor a výšku nájazdového okna sa skokanovi pripočítajú, resp. odpočítajú, body podľa vopred daných tabuliek.
Favorit Elion Zorak pri jednom svojom skoku dostal celkovo 121,1 bodu. Za vietor a výšku nájazdového okna si pripočítal 7,6 bodu. Okrem toho dostal od rozhodcov známky za štýl 17,0; 17,5; 18,0; 17,5; 17,5. Aká bola dĺžka jeho skoku?

Výsledok: 98.5
Riešenie: Zo známok za štýl sa má škrtnúť najmenšia a najväčšia. Škrtnú sa teda známky 17,0 a 18,0. Zostanú nám tri známky 17,5. Finálne body za štýl sú preto 17,5 + 17,5 + 17,5 = 52,5. Keď tieto body a body za vietor a výšku nájazdového okna odčítame od celkových bodov, ktoré Elion získal, dostaneme jeho body za dĺžku skoku. Dostávame tak 121,1 - 52,5 - 7,6 = 61 bodov. To je o 1 bod viac ako sa udeľuje za doskočenie do vzdialenosti 98 metrov. Za každých 0,5 metra nad 98 metrov sa udeľuje 1 bod, takže vieme povedať, že Elion skočil do vzdialenosti 98 m + 0,5 m = 98,5 m.

Úloha 12. *Kolonisti na Marse začali pestovať mrkvičky, lebo sú pekné oranžové ako zvyšok Marsu. Astronautka Ninka sa naučila piecť z nich skvelý mrkvový koláč a vždy, keď príde nová posádka, tak im ho napečie. Koláč vždy rozkrája na rovnaký počet kusov. Aký je najmenší počet kúskov, na ktorý to Ninka môže vždy nakrájať, ak pri posádkach o veľkostiach 10, 9 aj 6 vyjde každému členovi danej posádky rovnaký počet kúskov?*

Výsledok: 90
Riešenie: Označme deň Radkinho narodenia D a mesiac, kedy sa narodila M. Nás zaujíma, aké hodnoty môže mať M.
Vieme, že 144 = D · M. To znamená, že môžeme skúšať deliť číslo 144 číslami mesiacov, a ako výsledok musíme dostať rozumné číslo D: keďže D má byť číslo dňa, musí to byť celé číslo a tiež nemôže byť väčšie ako počet dní v danom mesiaci.
Napríklad po delení 144 : 1 = 144 dostaneme D = 144, čo síce je celé číslo, ale január nemá 144 dní. Rovnakým spôsobom vylúčime aj február (2), marec (3) a apríl (4). Máj (5) vylúčime tiež, lebo 144 : 5 nám nedá celé číslo. Prvý mesiac, ktorý funguje, je tak jún (6), keďže 144 : 6 = 24, čo je v poriadku, keďže jún má viac ako 24 dní.
Takýmto spôsobom zistíme, že z nasledujúcich mesiacov budú fungovať aj august (8), september (9) a december (12), zatiaľ čo zvyšné mesiace nám nedajú celočíselný výsledok delenia. Radka sa teda mohla narodiť v mesiacoch s poradovými číslami 6, 8, 9 alebo 12.

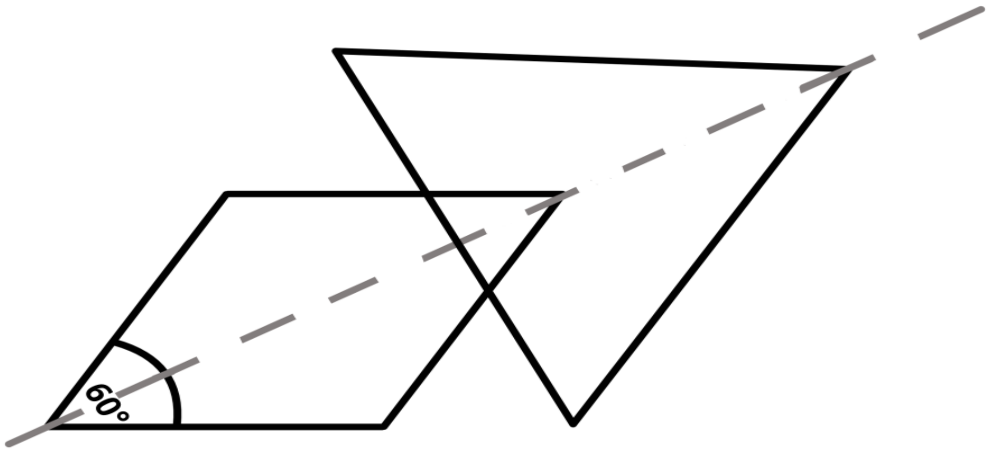
Úloha 13. *Kozmické čísla sú také dvojciferné čísla, ktorých výsledok po vynásobení číslom 9 má na mieste stoviek rovnakú cifru, akú malo pôvodné číslo na mieste desiatok, na mieste desiatok má cifru 0 a na mieste jednotiek má rovnakú cifru, akú malo pôvodné číslo na mieste jednotiek. Nájdi najmenšie kozmické číslo.*

Výsledok: 45
Riešenie: Pri násobení číslom 9 vieme dvojciferné číslo rozdeliť na desiatky a jednotky. Najprv vynásobíme jednotky, potom desiatky a výsledky, ktoré dostaneme, sčítame. Keď si vezmeme iba "desiatkovú" časť dvojciferného čísla, tak má na mieste jednotiek 0, takže po vynásobení číslom 9 bude mať aj výsledok 0 na mieste jednotiek. Výslednú cifru na mieste jednotiek teda ovplyvňuje iba "jednotková" časť pôvodného dvojciferného čísla. Jediná cifra, ktorá po vynásobení číslom 9 zachová na mieste jednotiek svoju hodnotu je cifra 5 (5 x 9 = 45). Kozmické čísla teda majú na mieste jednotiek cifru 5. Keďže 5 × 9 = 45 a výsledné číslo má na mieste desiatok 0, "desiatková" časť dvojciferného čísla musí dávať po vynásobení číslom 9 výsledok s cifrou 6 na mieste desiatok (aby sme dostali súčet 4 + 6 = 10, a tak vo výsledku 0 na mieste desiatok). Takúto vlastnosť má len číslo 40, 40 × 9 = 360. Takže najmenšie a zároveň jediné kozmické číslo je číslo 45.

Úloha 14. *Vzdelaní inžinieri poslali Krtka v rakete na asteroid 433 Eros. Raketa bola vybavená 3D tlačiarňou pre opravenie náhlych nárazov iných asteroidov. Vždy pri opravovaní si vytlačí štvorcové kusy záplat, ktoré sa na 3D tlačiarni tlačia vždy v štvorcovej sieti. Teraz si potreboval vytlačiť 64 kusov záplat a tlačil ich v sieti 8 × 8. Preusporiadal ich tak, aby zaplátal* *svoju podlhovastú dieru širokú jeden kúsok záplaty. Zistil ale, že takéto usporiadanie má o 245 cm väčší obvod ako keď boli záplaty uložené v štvorcovej sieti 8 × 8. Aká bola dĺžka strany jedného kusu záplaty?*

Výsledok: 2,5 cm
Riešenie: Obvod tabuľky 8 × 8 je tvorený 32 stranami záplaty, keďže každá strana tabuľky je tvorená ôsmimi stranami záplaty a tabuľka má štyri strany (8 × 4 = 32). Keď záplaty uložíme do tvaru 1 × 64, na obvode bude dokopy 64 + 64 + 2 = 130 strán záplaty. Obvod sa teda zväčšil o 130 - 32 = 98 strán záplaty a zároveň o 245 cm, čo znamená, že jedna strana zväčšila obvod o 245 : 98 = 2,5 cm. Dĺžka strany záplaty je teda 2,5 cm.

Úloha 15. *Logo vesmírnej spoločnosti vzniklo prekrytím kosoštvorca so stranou 8 cm a rovnostranného trojuholníka so stranou 10 cm a je symetrické podľa osi, tak ako na obrázku. Prekryv je tvaru rovnostranného trojuholníka so stranou 2 cm. Kai chce obtiahnuť logo čiernou fixkou. Koľko mililitrov náplne do fixky minie dokopy, ak na obtiahnutie 7 cm loga minie 13 militrov náplne.*



Výsledok: 104 ml
Riešenie: Ak by Kai prešiel fixou celým kosoštvorcom aj trojuholníkom, prešiel by 4 × 8 cm = 32 cm po kosoštvorci a 3 × 10 cm = 30 cm po trojuholníku. Spolu je to 62 cm.
Prešiel by však navyše po rovnostrannom trojuholníku 3 × 2 cm = 6 cm, takže reálne musí prejsť 56 cm. 56 cm je 8-krát 7 cm. Teda minie 8 × 13 ml náplne = 104 ml.

Úloha 16. *Kapitán Dávid si fičí vesmírom na vesmírnej lodi. Ocitol sa však medzi drobnými asteroidmi, ktoré sa všetky pohybujú oproti Dávidovej lodi. Každú minútu mu do čelného skla narazí 12 asteroidov. Aby sa čo najrýchlejšie dostal z tejto oblasti, Dávid zvýšil rýchlosť na dvojnásobnú. To však spôsobilo, že teraz mu za minútu narazí do čelného skla 20 asteroidov. Dávida to nahnevalo natoľko, že zvýšil svoju rýchlosť na päťnásobok pôvodnej rýchlosti. Koľko asteroidov narazí za minútu do Dávidovho čelného skla pri tejto rýchlosti?*

Výsledok: 44
Riešenie: Keď Dávid bude cestovať pôvodnou rýchlosťou narazí do jeho čelného skla 12 asteroidov, keď zrýchli na dvojnásobok pôvodnej rýchlosti, začne mu narážať do skla 20 asteroidov. Z tohto si vieme odvodiť, že sa každé zrýchlenie o pôvodnú rýchlosť bude do čelného skla narážať o 8 asteridov viac. Keď Kapitán Dávid zrýchlil na 5-násobok pôvodnej rýchlosti, tak vlastne zrýchlil o 4 pôvodné rýchlosti. Preto počet asteroidov, ktoré do Dávida každú minútu narazia, bude 8 × 4 + 12 = 44.

Úloha 17. *V nákladnom priestore vesmírnej lode máme položených 125 škatúľ a v každej sú 4 súčiastky. Celkovo máme 150 červených, 50 modrých, 200 zelených a 100 žltých súčiastok, ktoré sú v škatuliach uložené náhodne (teda rovnaké farby môžu, ale nemusia byť pri sebe). Najmenej koľko škatúľ musíme skontrolovať, aby sme s istotou mali z každej farby aspoň 1 súčiastku?*

Výsledok: 113

Riešenie: Uvažujme najhoršiu možnú situáciu, keď odhalíme najprv všetky zelené, červené a žlté súčiastky, ale žiadne modré (lebo tých je najmenej).

V takom prípade odhalíme najprv 200 + 150 + 100 = 450 súčiastok. Tie sú rozložené v 450 : 4 = 112 škatuliach a 2 súčiastky ešte ostanú. V 113. škatuli by boli potom tieto 2 zvyšné súčiastky a ďalšie 2 súčiastky musia byť modré. To znamená, že by sme už objavili všetky farby.

Najmenej musíme pozrieť 113 škatúľ.

Úloha 18. *Vo vesmírnom SpaceBurgeri predávajú nugetky v baleniach po 2, 3, 7 a 11 kusov. Aké sú všetky počty nugetiek, ktoré si nevieme kúpiť v takýchto baleniach bezo zvyšku?*

Výsledok: 1

Riešenie: Určite si nevieme objednať 1 nugetku. Počty 2, 3, 7 a 11 nugetiek vieme získať tak, že si zoberieme dané balenie z ponuky.
4 vieme získať tak, že si kúpime dvakrát balenie po 2 kusoch.
5 tak, že si kúpime balenia o veľkosti 2 a 3.
6 kúpime ako 2 krát po 3 kusy.
8 kúpime ako 4 krát po 2 kusy.
9 kúpime ako 3 krát po 3 kusy.
10 kúpime ako 7 a 3 kusy.
Teraz už vieme urobiť všetky čísla od 2 po 11 a z nich už vieme vytvoriť všetky ďalšie počty tak, že niekoľkokrát pripočítame 10 a ešte nejaké číslo od 2 po 11.
Tým pádom jediný počet, ktorý nevieme urobiť je 1.

Úloha 19. *Traja kamaráti Dominik, Maťo a Braňo sa chystajú na cestu do vesmíru. Avšak pred odletom sa chcú Dominik a Maťo ostrihať. Maťo ostrihá Dominika za 3 hodiny. Braňo ostrihá Dominika za 2 hodiny. Dominik ostrihá Maťa za 1 hodinu. Braňo ostrihá Maťa za 2 hodiny. Strihať sa môžu súčasne, nie však dvaja navzájom. Teda Maťo nemôže strihať Dominika počas toho ako Dominik strihá Maťa, avšak Maťo môže strihať Dominika počas toho, ako je strihaný Braňom (a naopak). Taktiež platí, že dvaja vedia strihať jedného naraz. Ako dlho im bude trvať toto strihanie, ak to chcú stihnúť čo najrýchlejšie, aby čo najskôr odleteli?*

Výsledok: 1h 36 min

Riešenie: Neoplatí sa, aby Maťa strihal Braňo - ten strihá oboch rovnako rýchlo, tak môže radšej strihať Dominika a Maťa môže strihať Dominik, lebo to je najrýchlejší strih.
Dominik ostrihá Maťa za hodinu a tým pádom je Maťo vybavený. Za tú hodinu zatiaľ Braňo ostrihá polovicu Dominikovej hlavy.
Druhú polovicu Dominikovej hlavy môžu potom strihať Braňo a Maťo naraz. Koľko im to bude trvať?
Nájdeme si najmenší spoločný násobok 3h a 2h (čo sú časy, ktoré by Maťovi a Braňovi trvalo ostrihať celú Dominikovu hlavu). Je to 6 hodín. Za 6 hodín by Maťo stihol dve a Braňo tri Dominikove hlavy. Spolu by teda za 6 hodín stihli 5 Dominikových hláv.

6 hodín je 360 minút. Ak za 360 minút stihnú 5 Dominikových hláv, tak jednu hlavu stihnú za 360 : 5 = 72 minút, a teda pol hlavy stihnú za 360 : 5 : 2 = 36 minút.
Dokopy teda potrebovali 1h 36min na ostrihanie Maťa a Dominika.

Úloha 20. *Na vesmírnej lodi sa nám každý deň niečo pokazilo. Chyba sa vyskytla buď doobeda, poobede alebo aj aj. Pri pozorovaní kedy sa chyby vyskytli sme sa dozvedeli takéto informácie: 13 dní sa niečo pokazilo buď doobeda alebo poobede, počas 11 dní sa niečo pokazilo doobeda a počas 12 dní poobede. Koľko dní sa nám kazilo niečo na vesmírnej lodi?*

Výsledok: 18
Riešenie: Dohromady sa niečo pokazilo 23-krát (11-krát doobeda a 12-krát poobede).
13 porúch prebehlo počas dní, keď sa pokazila iba jedna vec (doobeda alebo poobede). Zvyšných 23 − 13 = 10 porúch sa stalo počas dní, keď sa niečo pokazilo aj doobeda aj poobede, teda dvakrát za deň. Takých dní je 5 (10 porúch po 2 každý deň).
Potom je dní, keď sa niečo pokazilo, spolu 13 + 5 = 18.

Úloha 21. *Štyria astronauti nazbierali dokopy 45 hviezd. Keď počet hviezd prvého astronauta zväčšíme o 2 hviezdy, počet hviezd druhého astronauta zmenšíme o 2 hviezdy a počet hviezd tretieho astronauta dáme na polovicu, budú mať všetci 4 astronauti rovnako veľa hviezd. Koľko hviezd bude mať každý?*

Výsledok: 9
Riešenie: Pozrime sa o koľko sa zmení celkový súčet hviezd. Ak prvému dve hviezdy pripočítame a druhému odpočítame, celkový počet hviezd sa nezmení. Jediná zmena je teda to, že tretiemu odpočítame polovicu hviezd.
Tretí mal na začiatku dvakrát toľko hviezd ako každý z ostatných na konci. Zmena celkového súčtu teda zodpovedá počtu hviezd jedného astronauta na konci.
Na konci mali spolu 4 krát počet hviezd astronauta a na začiatku o jeden taký počet viac, teda 5. Jeden počet hviezd astronauta na konci je preto pätina počtu hviezd na začiatku, čo je 45 : 5 = 9.

Úloha 22. *V miestnosti máme 100 osôb, z toho je 70 % pozemšťanov, 20 % Marťanov a zvyšok Venušania. Po tom, čo do miestnosti prišli ďalší Venušania, je tu z celkového počtu osôb 28 % pozemšťanov. Koľko percent osôb v miestnosti tvoria Marťania?*

Výsledok: 8 %
Riešenie: Keďže na začiatku bolo osôb presne 100, tak 70 % a 20 % z toho bolo presne 70 pozemšťanov a 20 Marťanov. Potom prišli len ďalší Venušania, takže pozemšťanov je stále 70, ale teraz to tvorí 28 % počtu všetkých osôb.
Ak 28 % je 70, tak 100 % je 70 : 28 × 100 = 250 osôb.
Marťanov je z toho stále len 20, takže to je 20 × 250 x 100 % = 8 %.
Iné riešenie: Marťanov je na začiatku 70 : 20 = 3,5-krát menej ako pozemšťanov, takže aj na konci ich musí byť 3,5-krát menej. To je 28 % : 3,5 = 8 %

Úloha 23. *Kozmonautka Laura si obľúbila jedno dvojciferné číslo. Páči sa jej na ňom, že keď cifru na mieste desiatok zväčší o 3, dostane dvakrát väčšie číslo ako keby cifru na mieste jednotiek zväčšila o 3. Ktoré dvojciferné číslo je Laurino obľúbené?*

Výsledok: 24
Riešenie: Keď zväčší cifru na mieste desiatok o 3, znamená to, že to číslo zväčší o 30.

Rozdiel tých dvoch zväčšených čísel bude 27 - pretože obe vznikli zväčšením toho istého pôvodného čísla, jedno o 30 a druhé len o 3.
Keďže to prvé je dvojnásobok druhého a zároveň je o 27 väčšie, tak to menšie z nich musí byť 27, lebo 27 × 2 = 27 + 27. Väčšie je teda 54.
Pôvodné Laurino číslo dostaneme tým, že z väčšieho odrátame 30 alebo z menšieho 3 a v oboch prípadoch dostávavame číslo 24.

Úloha 24. *Adam bol vyslaný na ISS ako záhradník. Dostal za úlohu vysadiť tri druhy rastlín: ruže, tulipány a narcisy (nemusí zasadiť všetky). Chce ich zasadiť do záhradky tvaru štvorca zloženého zo 4 rovnakých menších štvorcov (do každého menšieho štvorca môže dať práve jeden druh). Dostal ale aj podmienku od vedcov z NASA, aby každá dvojica záhonov, ktorá susedí stranou, obsahovala rozdielny druh kvetín. Koľkými spôsobmi to môže Adam spraviť?*

Výsledok: 18
Riešenie: Ak by Adam sadil len 1 druh kvetov, určite by susedili stranou, preto musí sadiť aspoň dva druhy. Keď sadí dva druhy, rovnaké kvety nesmú susediť stranou, preto musia byť v opačných rohoch (napr. vpravo hore a vľavo dole). Medzi troma druhmi kvetov existujú 3 dvojice (ruže a tulipány, ruže a narcisy, tulipány a narcisy). Pri každej dvojici má 2 možnosti, ako ich posadiť - napr. najprv dá ruže vpravo hore a vľavo dole a tulipány do zvyšných štvorcov, potom dá ruže vľavo hore a vpravo dole a tulipány do zvyšných štvorcov. Existuje tak 3 × 2 = 6 možností, ako zasadiť dva druhy kvetov. Pri troch druhoch bude jeden druh vždy vysadený dvakrát, opäť v opačných rohoch. Rovnako ako predtým, sú 2 možnosti ako tento druh zasadiť - raz vpravo hore a vľavo dole, potom vľavo hore a vpravo dole. Keďže existujú 3 druhy, vytvára to 2 × 3 = 6 možností. Avšak zvyšné dva druhy (tie, čo sú zasadené iba raz) sa dajú zasadiť tiež 2 spôsobmi - napr. raz dám do prvého štvorca ružu a do druhého tulipán, potom dám do prvého tulipán a do druhého ružu. Počet možností pre tri druhy sa tak zdvojnásobí, 6 × 2 = 12. Keď sčítame možnosti pri sadení dvoch druhov a možnosti pri sadení troch druhov, dostaneme 6 + 12 = 18 možností.

Úloha 25. *Na Marse sa už mrkvičkám darilo, a tak vesmírna agentúra vymyslela viacero receptov založených na mrkvách. Marky išla variť 9 litrov polievky pre celú základňu, kde podľa normy musí byť na každý liter presne 8 mrkvičiek. V kuchyni však našla Vlada, ktorý si už robil polievočku len pre seba, sebec jeden. Mal v hrnci pol litra polievky a vraj to robil podľa receptu od babky, kde ide 10 mrkvičiek na liter. Marky ho vyhodila od sporáka, doliala tam ďalšiu vodu a pridala ďalšie mrkvičky. Koľko mrkvičiek musela Marky pridať, aby splnila normu?*

Výsledok: 67
Riešenie: Podľa Vladovho receptu ide do pol litra polievky 5 mrkiev. Na 1 liter ide 10 mrkiev, a teda na pol litra len polovica.
Marky doleje vodu na 9 litrov a podľa normy dá na každý liter 8 mrkiev, teda dohromady má byť v polievke 9 × 8 = 72 mrkiev. Avšak Vlado už 5 mrkiev v hrnci mal, takže jej stačí pridať o 5 menej, teda 67.

Úloha 26. *Keď astronauti Klárka a Alex prišli k najväčšej hore slnečnej sústavy, Mount Olympus, rozhodli sa z nej bobovať. Alex išiel po dráhe dlhej 1000 m a Klárka začala svoju jazdu 500 metrov nad ním. Obaja začali rovnakou rýchlosťou 100 m/min a Alex si túto rýchlosť udržal na celý čas. Keďže Klárka štartovala z vyššieho miesta, mala možnosť využiť skok, ktorý vznikol po páde meteoritu. Tento skok bol po 300 metroch jej jazdy. Klárka po jeho využití bola 3 minúty vo vzduchu a dopadla hneď za skokom. Následne však už išla dole o 100 m/min rýchlejšie, ako keby ho nevyužila.Kto z nich príde do cieľa neskôr a o koľko?*

<u>Výsledok:</u> Klárka prehrá o 2 minuty

<u>Riešenie:</u> Alex musí prejsť trať dlhú 1000 metrov a Klárka o 500 metrov viac, teda 1500 metrov. Kým Klárka príde na skok, obaja prejdú 300 metrov trasy, lebo idú rovnakou rýchlosťou.
Po tomto momente Alexovi zostáva 700 metrov, ktoré so svojou rýchlosťou 100 m/min prejde za 7 minút. Klárke po skoku zostáva ešte 1200 metrov, ale teraz už bude mať o 100 m/min vyššiu rýchlosť, teda 200 m/min. S touto rýchlosťou prejde 1200 metrov za 1200 : 200 = 6 minút.
Klárka však ešte bola 3 minúty vo vzduchu, takže od skoku jej to trvalo dohromady 3 + 6 = 9 minút. To je o dve minúty viac, ako to trvalo Alexovi, a teda Klárka prehrá.

Úloha 27. *Riško sa hral s pokynmi ku postaveniu rakety a na jednej strane zbadal takýto obrázok. Na inej strane návodu bolo napísané, že číslo v štvorci musí byť dvojciferné a mať rôzne cifry.*
Riško sa na obrázok zahľadel a zistil, že existujú len dve také čísla, ktoré vie do štvorca doplniť. Ktoré to sú?

<u>Výsledok:</u> 36, 63

<u>Riešenie:</u> Skúsme odhadnúť, ktoré čísla by mohli mať vlastnosť zo zadania. Ak má dvojciferné číslo na mieste desiatok cifru 1, tak súčin cifier je menší ako súčet cifier. Vtedy podmienka zo zadania určite neplatí. Ak má na mieste desiatok cifru 2, tak súčin cifier je dvojnásobok cifry na mieste jednotiek. Podľa podmienky by tak mal byť súčet cifier rovný polovici tohto čísla, a teda rovný cifre na mieste jednotiek. Súčet cifier tohto čísla je však o 2 väčší.
Ak teraz skúsime hľadať medzi číslami s cifrou 3 na mieste desiatok, vieme nájsť vyhovujúce číslo 36 (platí totiž 3 × 6 = 18 = 2 × (3 + 6)). Zostáva nájsť ešte to druhé číslo, o ktorom hovorí zadanie. Aby sme ho nemuseli hľadať ako doteraz, spravme nasledujúce pozorovanie: ak vymeníme cifry dvojciferného čísla, nezmeníme ani súčin cifier, ani súčet cifier. Vyhovovať preto bude aj číslo 63.

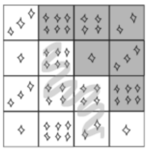
Úloha 28. *Kaja počas dlhej jazdy k exoplanéte obiehajúcej okolo hviezdy Proxima Centauri oslávila svoje jubilejné 10. narodeniny vo vesmíre. A tak upiekla pre seba a svojich 298 spolucestujúcich tortu tvaru kvádra vysokú 7 cm s ošľahačkovanými bočnými stenami. Torta mala také rozmery, že keď ju rozkrájala na kúsky s podstavou štvorca s obsahom 9 cm², tak jej to vyšlo presne pre každého jeden kúsok (vrátane kúsku pre seba). Aký najmenší povrch musela ošľahačkovať, aby sa jej to podarilo?*

<u>Výsledok:</u> 1512cm²

<u>Riešenie:</u> Zadanie sa pýta na najmenší povrch. To pravdepodobne znamená, že existuje viacero rozmerov torty, ktorá by sa takto dala rozkrájať (určite existuje 1×299 kúskov, ale asi bude aj nejaký menší rozmer (jedine, že by 299 bolo prvočíslo)). My hľadáme ten najmenší z nich.
Keďže šľahačkujeme len bočné steny a výška torty je stále rovnaká (7 cm), tak „najmenšia" možná torta bude tá, ktorá bude mať najmenší obvod podstavy.
Hľadáme dve čísla, ktorých súčin je 299 - keďže sa toto číslo končí na 9, tak to budú buď čísla končiace na 9 a 1 alebo 3 a 3.
Napríklad skúšame - 299 nie je deliteľné 3 (cif. súčet), ani 9, ani 11 (99 je deliteľné, ale 200 nie), pri delení 13 nám vyjde 23. Keďže 13 a 23 sú prvočísla, tak to je jediná môžnosť okrem 1 × 299.
Kaja teda tortu nakrájala na 13 × 23 kúskov s rozmermi 3 × 3 cm; rozmer torty je teda (13 × 3 cm) × (23 × 3cm) = 39 cm × 69 cm; obvod podstavy je 2 × (39 + 69) cm = 216 cm, a teda povrch 4 bočných stien je 216 cm × 7 cm = 1512 cm².

Úloha 29. *Dorka sa na dnešnom Matboji tiež vydala do vesmíru. Počas dlhého letu však zabudla, akú farbu má jej vesmírna loď. Ocitla sa v časti vesmíru, ktorá vyzerá ako na obrázku.*

Políčka, ktoré už sú zakryté, sú vyfarbené sivou. Kam má Dorka umiestniť svoju loď, aby pozbierala čo najviac hviezdičiek, nech už je farba jej lode akákoľvek? Dorkina loď má tvar ako na obrázku a môže sa ľubovoľne (aj zrkadlovo) otáčať.



Výsledok:

Riešenie: Loď chceme položiť na miesto, na ktorom by loď akejkoľvek farby pozbierala čo najviac hviezdičiek. Keďže iba loď žltej farby vie zbierať hviezdičky bez toho, aby sa dotýkala už zakrytého políčka, chceme našu loď položiť tak, aby sa dotýkala už zakrytých políčok. Rozoberme si každú farbu zvlášť: rúžová loď zbiera súčet hviezdičiek na dvoch zakrytých políčkach s najväčším počtom hviezdičiek, ktoré s ňou susedia. Takže chceme, aby sa naša loď dotýkala aspoň dvoch zakrytých políčok a aby na nich bolo čo najviac hviezdičiek. Naša loď sa vie dotknúť iba políčka so 6, 1 a 6 hviezdičkami, takže najlepšie by bolo, keby sa dotýkala oboch políčok so 6 hviezdičkami. Modrá loď zbiera súčin políčka s najmenším počtom hviezdičiek, ktoré zakryla a počtu strán, ktorými sa dotýka iných zakrytých políčok. Chceme teda, aby sa naša loď dotýkala zakrytých políčok čo najviac stranami a aby najmenšie číslo, ktoré naša loď zakryje, bolo čo najväčšie. Skúsime sa teda vyhnúť políčkam s 1 hviezdičkou. Žltá loď zbiera súčet hviezdičiek na všetkých políčkach, ktoré zakryla, takže chceme zakryť políčka, na ktorých je čo najviac hviezdičiek. Zelená loď zbiera súčet hviezdičiek na všetkých políčkach, ktoré zakrýva, okrem toho s najväčším počtom hviezdičiek. Chceme teda, aby bol súčet hviezdičiek na zakrytých políčkach čo najväčší aj bez políčka s najviac hviezdičkami. Existuje 6 možností, ako môžeme umiestniť loď tak, aby sa dotýkala už zakrytého políčka. Z týchto možností je len jedna taká, že sa naša loď dotýka oboch políčok so 6 hviezdičkami, dotýka zakrytých políčok štyrmi svojimi stranami, nezakrýva políčko s 1 hviezdičkou a zároveň zakrýva políčka s čo najviac hviezdičkami. Táto možnosť je znázornená na obrázku.

Úloha 30. *Kai si kúpil na ISS modul s kúpeľňou, ktorá má objem 6 m³ a tvar kvádra. Samozrejme si ju musí vykachličkovať. Kachličky, ktoré chce dať na podlahu, stoja 3 €/m² a kachličky, ktoré chce dať na steny, stoja 2 €/m². Strop nebude kachličkovať vôbec. Koľko najmenej € vie minúť za kachličky, ak vie, že kúpeľňa má celočíselné rozmery?*

Výsledok: 38 €

Riešenie: Objem modulu je 6 m³ a Kai chce aby jeho modul mal celočíselné dĺžky hrán. Tento objem dosiahneme, ak hrany budú mať 6,1,1 alebo 3,2,1 metrov.Dve protiľahlé steny majú rovnaký obsah. Kachličkovanie podlahy je síce drahšie, ale zato strop s rovnakým obsahom je zadarmo (keďže ho nekachličkuje). Za vykachličkovanie tejto dvojice zaplatí (3€+0€)×obsah, kdežto za kachličkovanie dvojice bočných stieh zaplatí (2×2€)×obsah = 4€×obsah, čo je viac. Preto sa oplatí dať tú stenu s najväčším povrchom ako podlahu a strop.

Porovnáme teda vydláždenie kvádra s podstavoy 6×1 a výškou 1, čo bude stáť 3€ × 6×1 + 2×2€ × (6×1 + 1×1) = 18+4×7 = 46 €,

a kvádra s podstavou 3×2 a výškou 1, čo bude stáť 3€ × (3×2) + 2×2€ × (3×1 + 2×1) = 3×6 + 4×5 = 38 €

Na vydláždenie kúpeľne podľa požiadaviek teda minie najmenej 38 €.

Úloha 31. *V budúcnosti budú ľudia chodiť raketami na dovolenku na Mesiac. Zatiaľ nimi chodia len mimozemšťania. Za každú hodinu meškania rakety dostanú poukážku hodnoty 1,5 €. Hranolky v jedálenskej časti stoja 5,5 € a kečup stojí 1 €. Raketou ide sám mimozemšťan, ktorý si chce kúpiť 2 hranolky a 1 kečup. Koľko hodín musí meškať raketa, aby vedel tento nákup zaplatiť iba poukážkami?*

Výsledok: 8h

Riešenie: Hranolky stoja 5,5 € a mimozemšťan si ich chce kúpiť dvojo. Za hranolky teda zaplatí 11 €. Ale chce ešte aj 1 kečup, ktorý stojí 1 €, preto ho celý nákup bude stáť 12 €. Jedna poukážka má hodnotu 1,5 €, takže vypočítame 12 € : 1,5 € = 8. Raketa musí meškať 8 hodín na to, aby si tento nákup vedel zaplatiť čisto poukážkami.

Úloha 32. *Alex išiel raketou na dovolenku na Mesiac. Keďže sa počas cesty nudil, tak si zapisoval vesmírne tvary asteroidov. Asteroidy mali tvary trojuholníka, štvorca a osemuholníka. Všetky asteroidy, ktoré videl, mali spolu 85 vrcholov. Koľko najviac osemuholníkových asteroidov mohol Alex vidieť?*

Výsledok: 9

Riešenie: Máme 85 vrcholov, osemuholník má 8 vrcholov, štvorec má 4, trojuholník má 3. Chceme zistiť koľko najviac osemuholníkov mohol Alex vidieť. Teoreticky ich najviac môže byť 85 : 8 = 10, ale ostane 5 vrcholov a tie nevieme rozdeliť medzi štvorce a trojuholníky bez toho, aby nám ostali vrcholy. Preto skúsme teraz 9 osemuholníkov, kedy nám ostane 13 vrcholov, ktoré už vieme rozložiť medzi 1 štvorec a 3 trojuholníky a neostanú nám žiadne vrcholy.

Úloha 33. *Počas cesty na Mesiac sa pokazila navigácia. Aby ju Braňo opravil, musí zistiť trojciferný kód. Vie, že v kóde 245 sú 2 cifry správne a sú aj na správnych miestach, a že súčet cifier kódu je 13 a súčin 80. Aký je správny kód?*

Výsledok: 445

Riešenie: Začneme kombinovať čisla 2 a 4, kde nám do súčtu 18 chýba 7. A keď sa pozrieme na ich súčin 2 × 4 × 7 = 56, tak to nie je želaných 80.

Pri kombinácii 2 a 5 nám do súčtu 18 chýba 6. Súčin by tak bol 2 × 5 × 6 = 60, čo opäť nie je želaných 80.

Nakoniec pri kombinácii 4 a 5 nám do súčtu 18 chýba 4. Súčin je 4 × 4 × 5 = 80, čo vychádza. A teda kód je 445.

Úloha 34. *Alex išiel behať po Mesiaci a poprosil Jožka, aby mu zmeral čas. Jožko zapol ručičkové hodiny, ale tie mu prestali fungovať, keď sa sekundová ručička otočila okolo ciferníka 4 a trištvrtekrát. V tom momente spustil presýpacie hodiny, ktorým trvá jeden presyp 30 sekúnd. Avšak po 5 presypoch prestalo Jožka baviť sa na ne pozerať a radšej zapol stopky na telefóne. Alex dobehol, keď mu stopky ukazovali 24 sekúnd. Ako dlho Alex behal?*

Výsledok: 7 min 39s

Riešenie: Na ručičkových hodinkách sa sekundová ručička otočila okolo ciferníka 4 a trištvrte krát, čo znamená, že prešlo 4 × 60 sekúnd plus 45 sekúnd. Teda dokopy 4 minúty a 45 sekúnd. Presýpacie hodiny sa presýpali 5-krát a jeden presyp im trvá 30 sekúnd, čo je dokopy 5 × 30 sekúnd, teda 2 minúty a 30 sekúnd. Stopky mu ukázali 24 sekúnd. Toto všetko dokopy nám dá 4 minúty 45 sekúnd + 2 minúty 30 sekúnd + 24 sekúnd = 7 minút a 39 sekúnd a to je čas, ako dlho Alex behal.

Úloha 35. *Vedci v NASA pripravujú nový teleskop menom Habitable Worlds Observatory (HWO), na hľadanie života na iných planétach. Jeho primárne zrkadlo má tvar rovnostranného trojuholníka, ktorá je poskladaný z veľa malých zhodných rovnostranných trojuholíkov. Veľkosť týchto malých trojuholníkov je taká, že na každej strane veľkého trojuholníka leží celou stranou (nie len vrcholom) 19 malých trojuholníkov.*

Výsledok: 361

Riešenie: Malé trojuholníky su podovbé s veľkým, keďže majú rovnaké uhly.
Malý trojuholník má 19-krát kratšiu stranu ako veľký (keďže sa ich zmestí 19 ja jednu stranu veľkého). Preto má aj 19-krát kratšiu výšku.
Jeho obsah je teda 19×19-krát = 361-krát menší ako obsah veľkého trojuholníka.

Úloha 36. *Matej a Julka sa hádali ktoré objekty galaxii Andromeda sú najkrajšie. Matej si myslí, že pekné sú iba také, ktoré sa volajú po dvojciferných číslach, po delení dvomi nemajú žiaden zvyšok a ostanú dvojciferné. Naopak, Julka si myslí, že pekné sú iba také, ktoré sa tiež volajú po dvojciferných číslach, ale po vynásobení dvomi sú stále dvojciferné. Koľko dvojciferných čísel je pekných aj podľa Mateja, aj podľa Julky?*

Výsledok: 15

Riešenie: Matej považuje za pekné tie čísla, ktoré sú dvojciferné, deliteľné dvomi a po delení dvomi zostanú stále dvojciferné. To znamená, že musia byť aspoň 20, pretože 18 po delení dvomi už nie je dvojciferné. Najväčšie párne dvojciferné číslo je 98, takže Matejove pekné čísla sú všetky párne od 20 po 98. Julka považuje za pekné tie čísla, ktoré sú dvojciferné a po vynásobení dvomi zostanú stále dvojciferné. To znamená, že najväčšie také číslo je 49, pretože 50 po vynásobení dvomi už nie je dvojciferné. Najmenšie dvojciferné číslo je 10, takže Julkine pekné čísla sú od 10 po 49. Teraz máme rozsah čísel od 20 do 49 a chceme zistiť len počet párnych(môžme počitať s hornou hranicou 48, pretože 49 je nepárne). Inými slovami každé druhé, preto ich od seba odčítame. 48 - 20 = 28 a hľadáme každé druhé, takže vydelíme 2. 28 : 2 = 14 a pripočítame ešte jeden kvôli tomu, že aj 20 patrí do hľadaných čislel. Teda počet dvojciferných čísel, ktoré sa páčia Matejovi aj Julke je 15.

Úloha 37. *Na Jupiterovom mesiaci Európa objavili život, a preto tam teraz otvárajú nový SpaceBurger. V ponuke majú lízatko za 1 €, džús za 2 € a bagetu za 3 €. Máme 6 € a chceme ich v SpaceBurgeri minúť všetky. Koľko rôznych nákupov vieme urobiť?*

Výsledok: 7

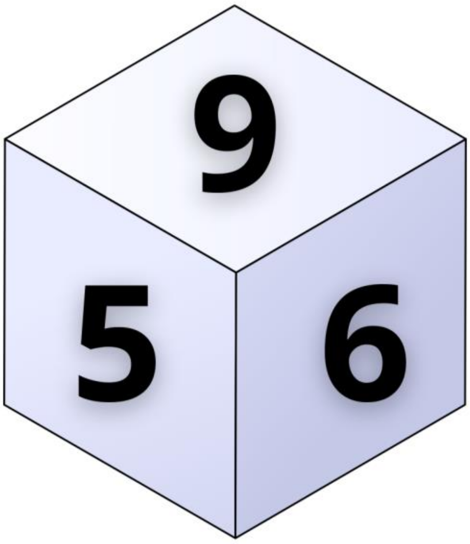
Riešenie: Začneme tým, koľko bagiet si kúpime. Keď si kúpime 2 bagety, ostane nám 0 €, čo je prvá vhodná možnosť nákupu. Keď si kúpime 1 bagetu, ostanú nám 3 € a tie vieme nakombinovať ako 1 džús (2 €) a 1 lízatko (1 €) alebo ako 3 lízatká (trikát 1 €), teda existujú ďalšie 2 možnosti. Keď si kúpime 0 bagiet, tak nám ostane celých 6 € na džúsy a lízatká. Z toho vieme nakombinovať v jednom nákupe 3 džúsy (trikrát 2 €), v druhom nákupe 2 džúsy (dvakrát 2 €) a 2 lízatka (dvakrát 1 €), v treťom nákupe 1 džús (2 €) 4 lízatka (štyrikrát 1 €) a v štvrtom nákupe 6 lízatiek (šesťkrát 1 €). Existujú teda ďalšie 4 možnosti. Počet rôznych nákupov tak je 1 + 2 + 4 = 7.

Úloha 38. *Katka išla lanovkou na Mesiac. Jednotlivé sedačky na lanovke sú očíslované od 1 po nejaké číslo, pričom v takomto poradí sú tieto sedačky aj zoradené na lanovke. Katka sa viezla sedačkou s číslom 42. Keď bola presne v strede lanovky, všimla si oproti sedačku s číslom 17. Koľko sedačiek má lanovka na Mesiac?*

Výsledok: 50

Riešenie: Medzi číslami 17 a 42 sa nachádza 24 čísel. Keďže sa Katka na sedačke 42 nachádza spolu so sedačkou 17 presne v strede lanovky, vieme, že pred nimi aj za nimi bude rovnaký počet sedačiek, teda 24. Dohromady pred a za nimi je 2 × 24 = 48 sedačiek.
Do celkového počtu ešte prirátame dve sedačky, Katkinu a sedačku číslo 17. Všetkých sedačiek je preto 48 + 2 = 50.

Úloha 39. *Alex má takú špeciálnu kocku, pretože na nej nie sú čísla od 1 po 6. Avšak ako to býva na bežnej hracej kocke, tak aj na tejto je na jej stenách napísaných 6 po sebe idúcich prirodzených čísel. Na obrázku vidíme 3 z nich. Tiež platí, že súčty na stranách oproti sebe sú rovanké. Aký je súčet všetkých čísel na tejto Alexovej kocke?*



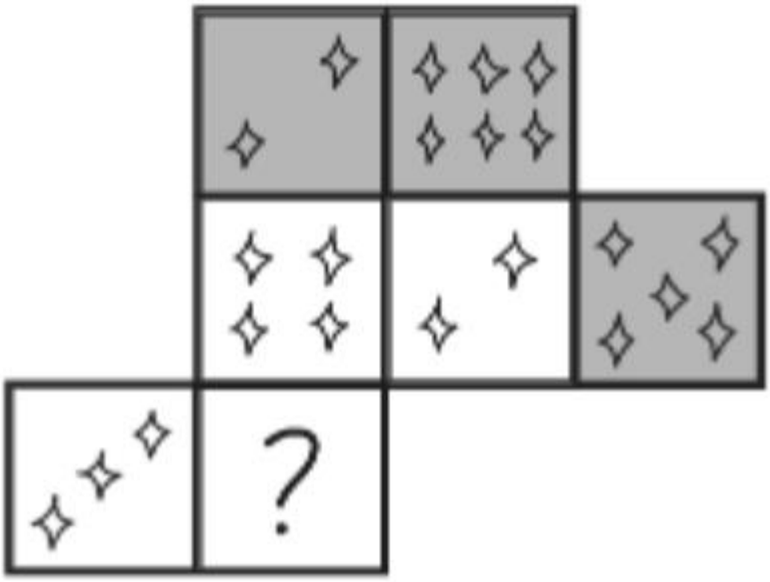
Výsledok: 39

Riešenie: Keďže na kocke vidíme čísla 5, 9 a 6 a zároveň vieme, že na kocke je 6 po sebe idúcich čísel, určite sa na nej nachádzajú aj čísla 7 a 8. Posledné číslo preto musí byť buď 4 alebo 10.

Ak by to bola 10, musela by byť oproti 5, 6 alebo 9, pretože z obrázka vieme, že tieto čísla sú na susedných stenách a hľadáme čísla stien oproti nim. Oproti nemôžu byť 9 ani 6, pretože by sme na zvyšných protiľahlých stenách kocky nevedeli dostať súčty 19 ani 16. Ak by bola 10 oproti 5, súčet by bol 15. To však nefunguje, pretože oproti 9 by potom musela byť 6, o ktorej vieme, že je na stene vedľa 9, a teda nemôže byť na protiľahlej stene.

Ak šieste číslo bude 4, tak to vyjde - protiľahlé dvojice sú 4 a 9, 5 a 8, 6 a 7 a súčty týchto dvojíc sú 13. Na kocke teda sú čísla 4, 5, 6, 7, 8 a 9. Ich súčet je 39, takže správna odpoveď je 39.

Úloha 40. *Dorka ani na konci svojej výpravy netušila, akej farby je jej vesmírna loď. Teda, vedela, že nie je žltá, lebo ju nevedela položiť na miesto, ktoré nesusedilo so zakrytými políčkami. Po ceste domov si chcela zapísať počty hviezdičiek na susediacich zakrytých políčkach (tie vyfarbila sivou) a počty hviezdičiek na políčkach, ktoré zakryla svojou loďou. Na jedno políčko, ktoré zakryla, si však nevedela spomenúť. Aký bol súčet rôznych počtov hviezdičiek, ktoré mohla pozbierať? Maj na mysli, že nevieme, či je Dorkina loď ružová, modrá alebo zelená.*



Výsledok: 44

Riešenie: Pozrime sa postupne na všetky možné farby lode a počty hviezdičiek, ktoré mohla Dorka pozbierať. Ružová loď zbiera súčet hviezdičiek na dvoch zakrytých políčkach s najväčším počtom hviezdičiek, ktoré s ňou susedia. Dorkina loď susedí so zakrytými políčkami s 2, 5 a 6 hviezdičkami, takže ak by jej loď bola ružová, pozbierala by 5 + 6 = 11 hviezdičiek. Modrá loď zbiera súčin políčka s najmenším počtom hviezdičiek, ktoré zakryla a počtu strán, ktorými sa dotýka iných zakrytých políčok. Dorkina loď sa dotýka susediacich zakrytých políčok tromi stranami. Ak by na políčku s otáznikom bola 1 hviezdička, modrá loď by pozbierala 3 × 1 = 3 hviezdičky. Ak by na políčku s otáznikom bola viac ako 1 hviezdička, políčko s najmenším počtom hviezdičiek, ktoré Dorkina loď zakryla, by malo 2 hviezdičky. Modrá loď by v takom prípade pozbierala 3 × 2 = 6 hviezdičiek. Zelená loď zbiera súčet hviezdičiek na všetkých políčkach, ktoré zakryla, okrem toho s najväčším počtom hviezdičiek. Ak by políčko s otáznikom malo najviac hviezdičiek spomedzi políčok, ktoré Dorkina loď zakryla, loď by pozbierala 4 + 3 + 2 = 9 hviezdičiek. Ak by políčko s otáznikom nemalo najviac hviezdičiek, najviac hviezdičiek by muselo mať políčko so 4 hviezdičkami. Na políčku s otáznikom by tak mohli byť 4, 3, 2 alebo 1 hviezdička, teda zelená loď by mohla pozbierať 4 + 3 + 2 = 9, 3 + 3 + 2 = 8, 2 + 3 + 2 = 7 alebo 1 + 3 + 2 = 6 hviezdičiek. Dorka tak mohla pozbierať 3, 6, 7, 8, 9 a 11 hviezdičiek. Súčet týchto počtov je 3 + 6 + 7 + 8 + 9 + 11 = 44.

Úloha V1. *Kuba od detstva zaujímali roboty, preto nie je prekvapením, že sa z neho stal inžinierom. Nedávno vyhrabal na povale starého robota a dosku s číslami, o ktorej si myslí, že patrí k robotovi. Dosku vidíš na obrázku. Kubo položil robota na štvorček s číslom 9. Robot sa hneď začal hýbať. Kubo si všimol, že robot sa pohne iba na políčko, ktoré s predošlým políčkom susedí stranou a ktoré má v sebe napísané menšie číslo. Preto Kubovi napadlo, že možno sa vie takto robot dostať až na políčko s číslom 1. Koľkými rôznymi trasami sa vie robot dostať z políčka s číslom 9 na políčko s číslom 1?*

5	4	3	3	1
4	5	4	3	2
6	6	3	4	4
7	7	6	5	6
9	8	7	6	4

Výsledok: 4

Riešenie: Aby sme sa z políčka s číslom 9 dostali na políčko s číslom 1, musíme štyrikrát odbočiť doprava a štyrikrát odbočiť hore. To znamená, že medzi políčkami s číslami 9 a 1 musí byť minimálne 8 krokov.

Keďže sa robot môže vždy presunúť iba na políčko s menším číslom, musí postupne prejsť všetkými políčkami s číslami od 8 po 2. Preto sa môže pohybovať len na také políčko, ktoré má číslo presne o 1 menšie. Políčka, po ktorých robot prejde, označíme šedou.

Môžeme si všimnúť, že ak začneme na políčku s číslom 9, vetvenie trás nastáva pomerne neskoro a mnohé trasy nevedú k políčku 1. Preto je výhodné úlohu obrátiť, aby sa počet možností redukoval skôr.

Robot začne na políčku s číslom 1 a môže sa pohybovať iba na políčka s číslom o 1 väčším.

Vidíme, že robot sa hneď musí dostať na políčko s číslom 3. Z tohto políčka vedú dve možnosti na políčka s číslom 4. Cez políčko, ktoré je vľavo, sa dá dostať k políčku s číslom 9 len jednou trasou.

Políčko s číslom 4, ktoré je pod ním, vedie k políčku s číslom 5 (označenému tmavošedou). Tu vzniká podobná situácia ako pri políčku s číslom 3. Robot môže ísť buď na políčko s číslom 6, ktorého trasa vedie priamo k 9, alebo na políčko s číslom 6, ktoré je vľavo (označené čiernou), z ktorého môže pokračovať na dve rôzne políčka s číslom 7 a potom priamo do 9.

Celkovo tak vzniknú 4 rôzne trasy, ktorými sa robot môže isť.

Úloha V2. *Tete má 10 meteoritov. Na každom je napísané poradové číslo podľa toho, v akom poradí dopadli na Zem. Chcela by si vybrať niekoľko z nich a nafarbiť ich na modro. Pritom však nechce, aby medzi modrými meteoritmi boli dva také, že jeden z nich je násobkom druhého. Aký najväčší súčet môžu mať modré meteority?*

Výsledok: 40

Riešenie: Ak namaľujeme 10, tak si tým znemožníme namaľovať jeho deliteľov, teda 1, 2 a 5. Keďže súčet týchto deliteľov je menší ako 10, oplatí sa nám číslo 10 namaľovať. Rovnakou úvahou zistíme, že sa oplatí namaľovať aj 9, 8, 7 a 6, pretože súčet ich menších deliteľov spomedzi čísel od 1 do 10 je vždy menší než samotné číslo. Ostatné čísla už namaľovať nemôžeme, pretože každé z nich je deliteľom niektorého z už vybraných čísel. Súčet týchto čísel je 10 + 9 + 8 + 7 + 6 = 40, takže najväčší možný súčet modrých meteoritov je 40.

Úloha V3. *Na opustenej mimozemskej lodi našla Klárka tri farebné kartičky. Každá z nich mala na oboch stranách napísané nejaké tvrdenie. Klárka položila kartičky na stôl tak, že sa dali prečítať nasledujúce tvrdenia: Červená: "Tvrdenie na opačnej strane tejto karty je nepravdivé." Oranžová: "Tvrdenie na opačnej strane fialovej karty je nepravdivé." Fialová: "Tvrdenie na opačnej strane oranžovej karty je nepravdivé." Koľko zo všetkých 6 tvrdení mohlo byť pravdivých? Nájdi všetky možnosti.*

Výsledok: 3

Riešenie: Pozrime sa postupne na tvrdenia, ktoré vieme prečítať. Ak je tvrdenie, ktoré vidíme na červenej karte pravdivé, tvrdenie na opačnej strane karty je nepravdivé. Ak to tvrdenie, ktoré vidíme, pravdivé nie je, tvrdenie na opačnej strane musí byť pravdivé. V každom prípade bude na červenej karte napísané jedno pravdivé a jedno nepravdivé tvrdenie. Ak je tvrdenie, ktoré vidíme na oranžovej karte pravdivé, tvrdenie na opačnej strane fialovej karty je nepravdivé. Ak to tvrdenie, ktoré na oranžovej karte vidíme, pravdivé nie je, na opačnej strane fialovej karty musí byť pravdivé tvrdenie. V oboch prípadoch bude jedno z dvoch tvrdení pravdivé a druhé nie. Rovnaká situácia nastáva pri tvrdení, ktoré vidíme na fialovej karte: buď je pravdivé, teda na opačnej strane oranžovej karty je nepravdivé tvrdenie, alebo pravdivé nie je a na opačnej strane oranžovej karty je pravdivé tvrdenie. V oboch možnostiach máme jedno pravdivé a jedno nepravdivé tvrdenie. Celkovo tak bude vždy polovica tvrdení pravdivá a polovica nie, preto zo šiestich tvrdení mohli byť pravdivé najviac tri.

Úloha V4. *6 mimozemšťanov si kúpilo žreby na lotériu. Povedali nám týchto 6 pravdivých tvrdení. Určte, ktorí mimozemšťania vyhrali.*

1. Ak Aarix vyhral, potom vyhral aj Corfux.
2. Bleron vyhral práve vtedy, ak Daaalak nevyhral.
3. Ak En'mio vyhral, tak Florbx nevyhral.
4. Buď vyhral Florbx alebo Daaalak.
5. Aarix a Florbx neprehrali zároveň.
6. En'mio vyhral.

Výsledok: Aarix, Corfux, Daaalak, En'mio

Riešenie: Vieme, že En'mio vyhral a teda podľa podľa 3. tvrdenia vieme aj to, že Florbx nevyhral. 5. tvrdenie nám hovorí, že Florbx a Aarix neprehrali zároveň a keďže Florbx prehral, tak Aarix musel vyhrať. A ešte vďaka 4. tvrdeniu vieme, že vyhral Florbx alebo Daaalak a už poznáme to, že Florbx prehral, čiže Daaalak musel vyhrať. Zatiaľ vieme, že Aatrix vyhral, Daaalak vyhral, En'mio vyhral a Florbx prehral. A ešte sme nevyužili 1. a 2. tvrdenie. 1. tvrdenie nám hovorí, že ak Aarix vyhral, tak aj Corfux vyhral a 2., že Bleron vyhral práve vtedy, keď Daaalak nevyhral, ale keďže Daaalak vyhral, tak Bleron prehral.

Čiže mimozemšťania, ktorí vyhrali sú: Aarix, Corfux, Daaalak a En'mio.

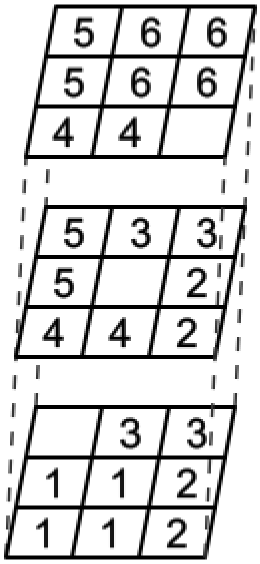
Úloha V5. *Kaja by chcela rozšíriť svoju vesmírnu agentúru a štartovať rakety aj z Marsu. Chcela by preto vedieť rakety zostavovať priamo na Marse, no na to tam potrebuje najprv dostať všetky súčiastky. Má k dispozícii iba škatuľky s rozmerom 3 dm x 3 dm x 3 dm. Súčiastky majú rozmery 2 dm x 2 dm x 1 dm. Aby ušetrila miesto, chcela by do jednej škatuľky zmestiť čo najviac súčiastok. Koľko najviac súčiastok sa zmestí do škatuľky a ako ich do nej vie Kaja uložiť?*

<u>Výsledok:</u> 6

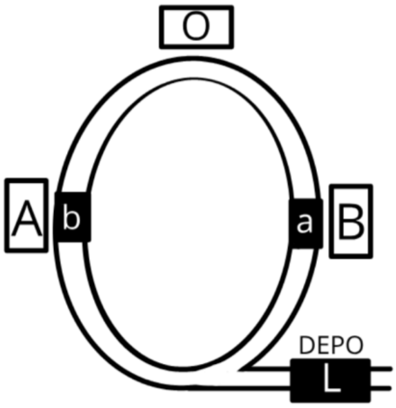
<u>Riešenie:</u> Objem škatuľky je $3 \times 3 \times 3 = 27$ dm³ a objem jednej súčiastky je $2 \times 2 \times 1 = 4$ dm³. Teda ak sa pozrieme na to, koľkokrát sa nám vojde súčiastka s objemom 4 dm³ do 27 dm³, dostaneme 27 : 4 = 6 zv. 3. Teda vieme, že by sa nám teoreticky malo vojsť 6 súčiastok. Ak sa tam budú dať rozumne naukladať... Keďže škatuľka má nepárne rozmery, a súčiastky majú v dvoch rozmeroch párnu veľkosť, možno to bude problém a nepôjde ich tam 6. Skúsime...

Myšlienka, ktorá nám pomôže, je, že v každej vrstve musí ostať práve jedno voľné "políčko" - keďže súčiastku vieme uložiť tak, že do jednej vrstvy zasiahne buď dvoma, alebo všetkými 4 políčkami, tak v každej vrstve bude vždy obsadený párny počet políčok. Čiže ak majú ostať 3 voľné (lebo 27 : 4 má zvyšok 3), tak to bude v každej vrstve jedno. To isté musí platiť nie len o vodorovných vrstvách, ale aj ľavo-pravých, aj o predo-zadných. Čiže ak ostanú voľné tri políčka na telesovej uhlopriečke, môže to byť fajn.

Skúšam teda tak, že si uložím tri súčiastky do spodnej vrstvy (viď 1, 2, 3 na obrázku), dve z nich presahujú aj do druhej vrstvy... A symetricky spravím to isté v tretej vrstve (4, 5, 6).



Úloha V6. *Palivo do vesmírnych lodí sa vyrába vo veľkej továrni. Sú tam 2 veľké nádrže A a B a jedno pracovisko s otvoreným ohňom O. Nádrže a pracovisko O sa nachádzajú pri koľajniciach, ktoré vedú dookola továrne ako na obrázku. Na koľajniciach stoja dva vagóny naplnené výbušnými látkami ("a" a "b"), lokomotíva (L) stojí v depe. Po správnosti by mal byť vagón "a" odstavený pri nádrži A a vagón "b" pri nádrži B, avšak zamestnanec továrne Gregor si ich pri presúvaní pomýlil, a tak sú prehodené. Teraz chce Gregor nájsť spôsob, ako premiestniť vagóny na svoje miesto. Vagóny však nemôžu prejsť okolo pracoviska O, pretože by ihneď vybuchli. Všade inde môžu prechádzať aj zastať. Lokomotíva L okolo pracoviska O prejsť môže. Na konci musí stáť lokomotíva L opäť v depe. Lokomotíva dokáže vagóny ťahať i tlačiť, vie ísť dopredu i cúvať a môže presúvať aj jeden, aj oba vagóny naraz. Na začiatku je lokomotíva otočená smerom k okruhu trate. Ako má Gregor postupovať, aby dostal vagóny na ich správne miesto?*



<u>Výsledok:</u> Postup, ako presúvať vagóny tak, aby sme neporušili pravidlá, existuje a je vysvetlený vo vzorovom riešení.

<u>Riešenie:</u> Všimnime si, že ak by sme jeden vagón posunuli v nejakom smere (napr. v smere hodinových ručičiek), druhý vagón by sme museli posunúť v rovnakom smere, aby sme jeho posunutím neodtlačili prvý vagón naspäť tam, kde pôvodne bol. Avšak, to by znamenalo, že jeden z vagónov by prešiel okolo pracoviska s otvoreným ohňom O, čo sa nesmie stať. Keď teda presúvame jeden vagón, druhý musí byť mimo trate. Jediné miesto mimo trate, kam môžeme vagón odstaviť, je depo. Lokomotíva teda musí jeden z vagónov presunúť do depa. Všimnime si, že to musí byť vagón "a", lebo vagón "b" by bol po presunutí do depa pred lokomotívou a blokoval by jej pohyb. Vagón "a" vieme presunúť do depa nasledovne: Lokomotíva vyjde z depa, zacúva k vagónu "a", pripojí ho za seba, po dolnej koľaji sa posunie dopredu, zacúva do depa a tam odpojí vagón "a". Teraz môže lokomotíva presunúť vagón "b". Môže tak spraviť buď tak, že ho pripojí spredu, zacúva k nádrži B, kde ho odpojí a potom zacúva okolo O naspäť do depa, alebo najprv zacúva okolo O, pripojí vagón "b" zozadu a dotlačí ho cúvaním k nádrži B, kde ho odpojí. Teraz si musíme dať pozor na to, aby po presunutí vagóna "a" zostala lokomotíva na dolnej koľaji, aby sa vedela nakoniec dostať naspäť do depa. Všimnime si, že jediný spôsob, ako vagón "a" dostať k nádrži A je tak, že ho bude lokomotíva ťahať za sebou dopredu. Vtedy však lokomotíva skončí na hornej koľaji. Aby sa vedela pohnúť, vagón "b" musí byť v tej chvíli v depe. Postup je teda nasledovný: Lokomotíva pripojí za seba vagón "a" a vyjde z depa, potom zacúva k vagónu "b", ktorý pripojí za vagón "a". Pohne sa dopredu po dolnej koľaji a potom zacúva do depa, kde vagón "b" odpojí. Potom dotiahne vagón "a" k nádrži A, odpojí ho a prejde smerom dopredu okolo O. Zacúva do depa, kde pripojí vagón "b", vyjde z depa a zacúva k nádrži B, kde vagón "b" odpojí. Pohne sa dopredu po dolnej koľaji a nakoniec zacúva naspäť do depa. Vagóny sú nevybuchnuté, odstavené na správnom mieste a lokomotíva je v depe, takže toto je postup, ktorý by mal Gregor vykonať.